## 基礎講座

# 偏光の制御と測定

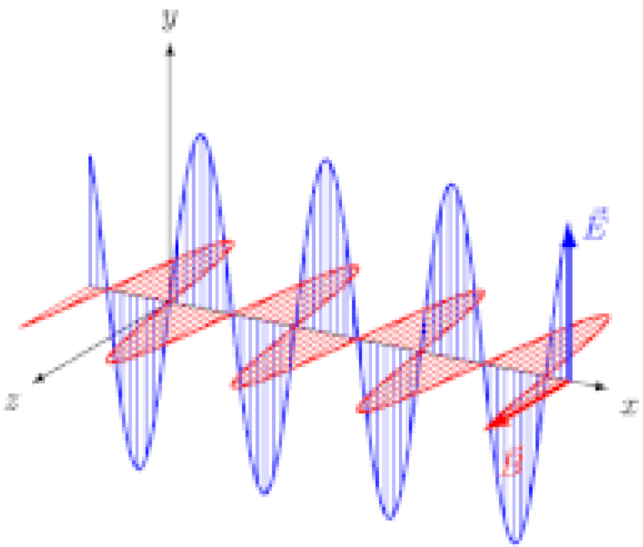
理学部　物理学科
固体物理学講座
西沢グループ

Department of Physics,
School of Science, Kitasato University

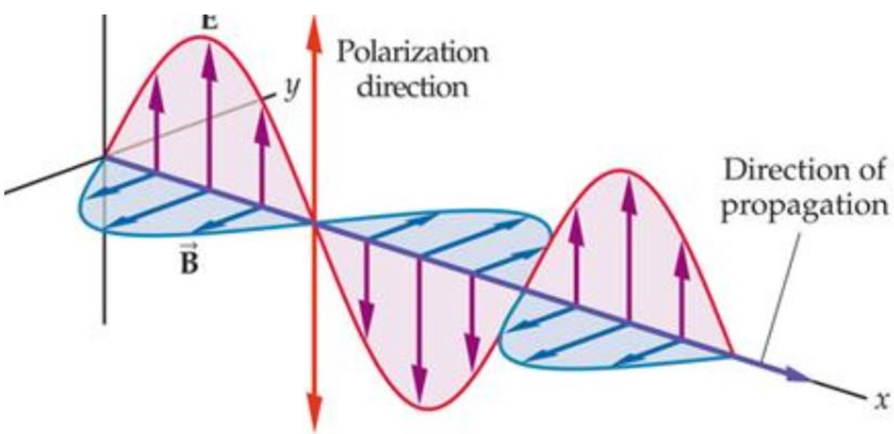
# Outline

1. 偏光とは何か
    1. 偏光とは　直線偏光と楕円偏光
    2. Poincare sphere
    3. Stokes vectors
    4. Mueller matrix
2. 偏光測定
    1. 光学系
    2. 分光計計測
    3. ロックイン検出
3. 【実習】偏光を測定してみよう
    1. 光学系の組み方
    2. 光学系
    3. 課題

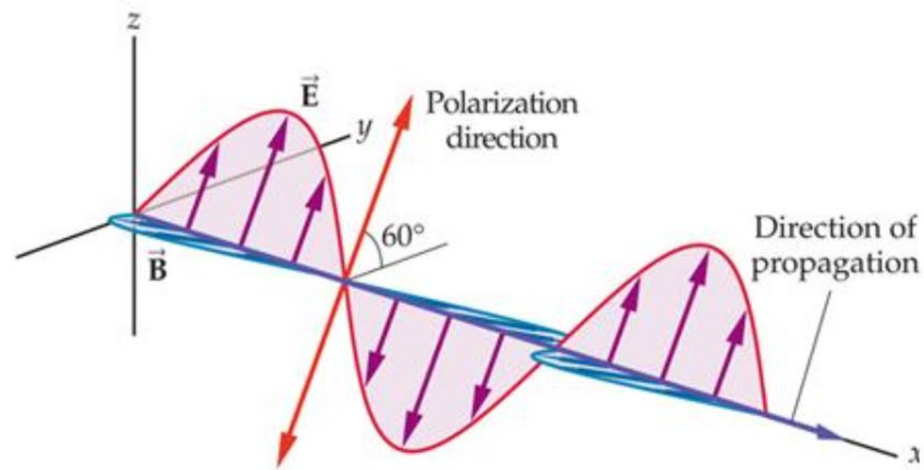
# 偏光とは何か




光：
電界と磁界の振動方向は常に互いに垂直で
かつ進行方向に垂直な平面内にある。
　光の進行方向と電界$E$がなす面を“振動面”
　光の進行方向と磁界$B$がなす面を“偏光面”
偏光面の方向が揃っている場合を“偏光”という。
偏光方向は偏光面の法線ベクトルで示すため、
電界$E$の振動方向に一致する




This wave **<u>is polarized</u>** in z -direction

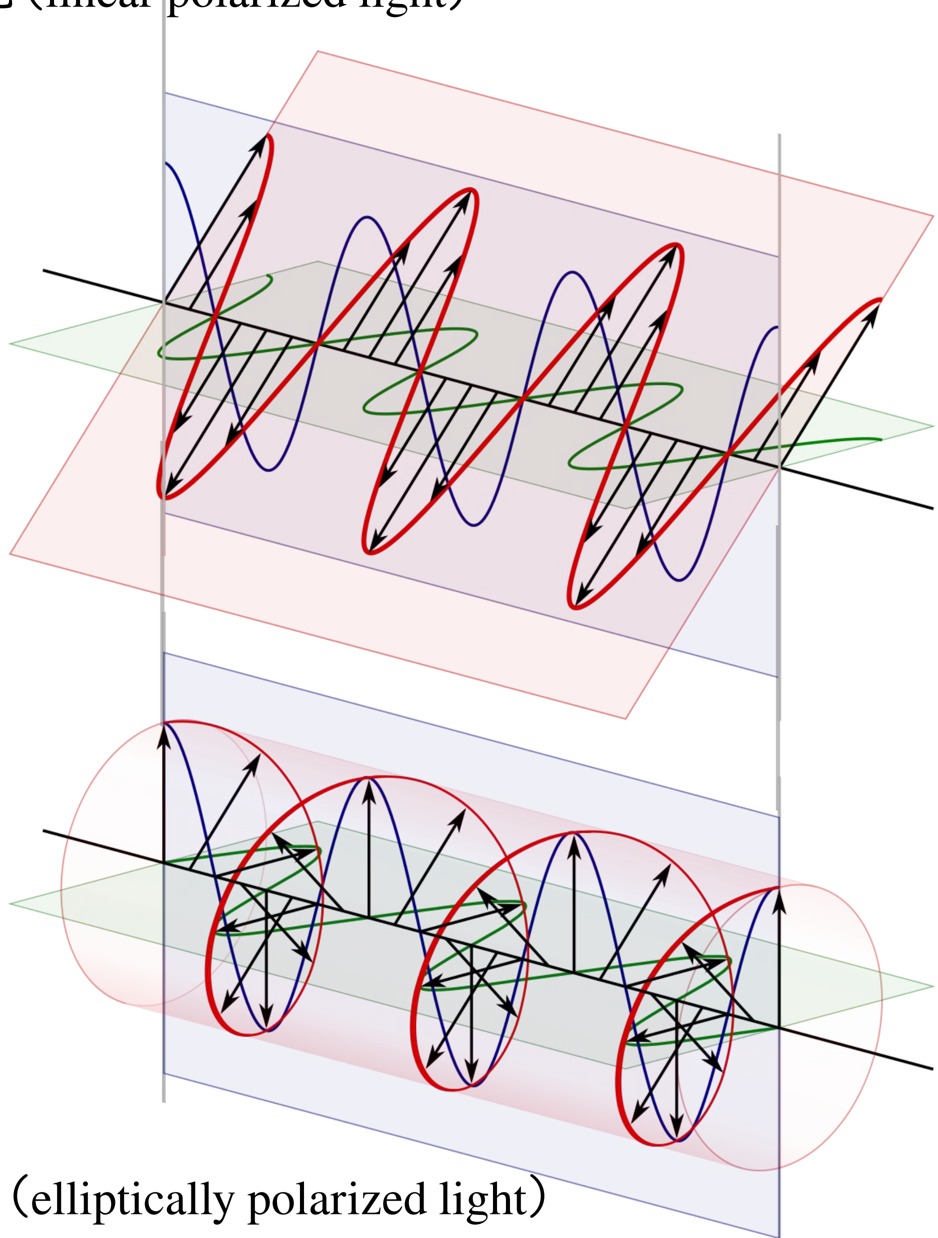


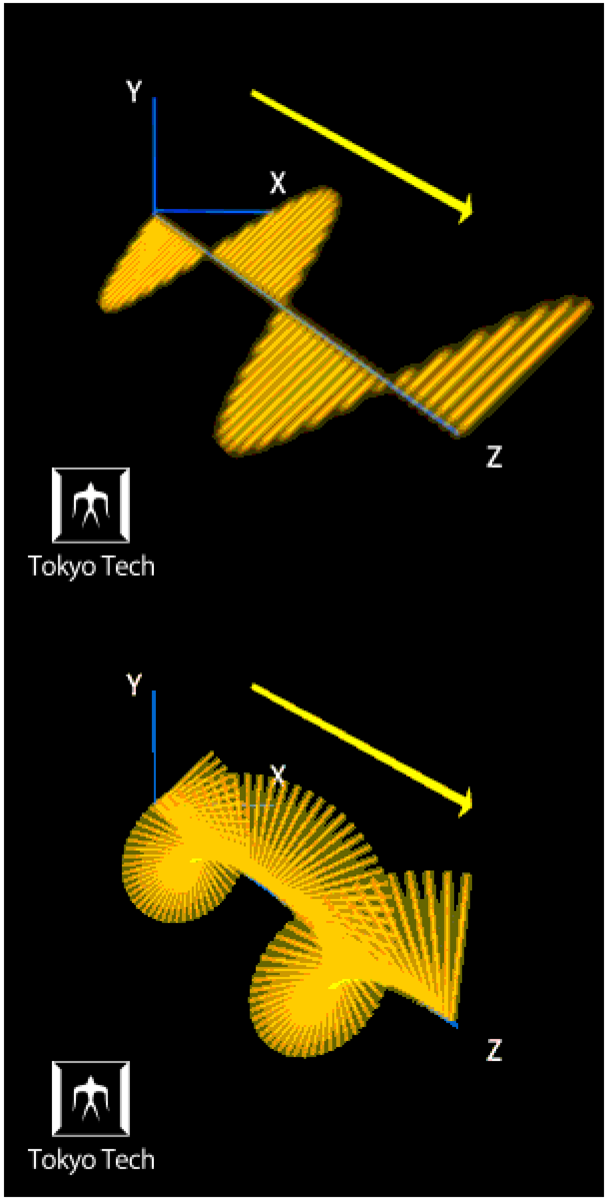

This wave **<u>is polarized</u>** in a direction
at an angle of 60° with y-axis

# 直線偏光と楕円偏光



直線偏光（linear polarized light）






楕円偏光（elliptically polarized light）

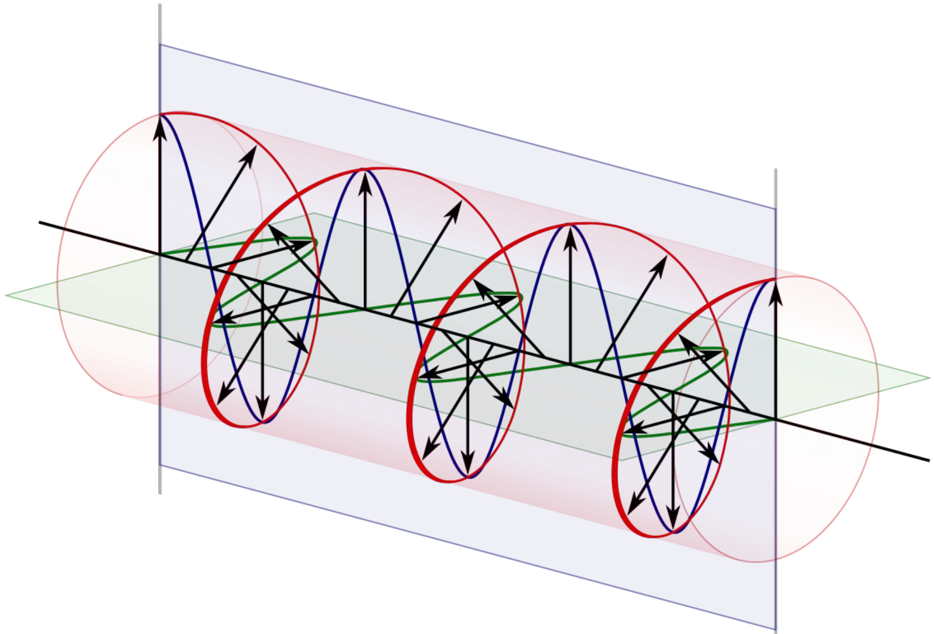
# 円偏光の極性の定義

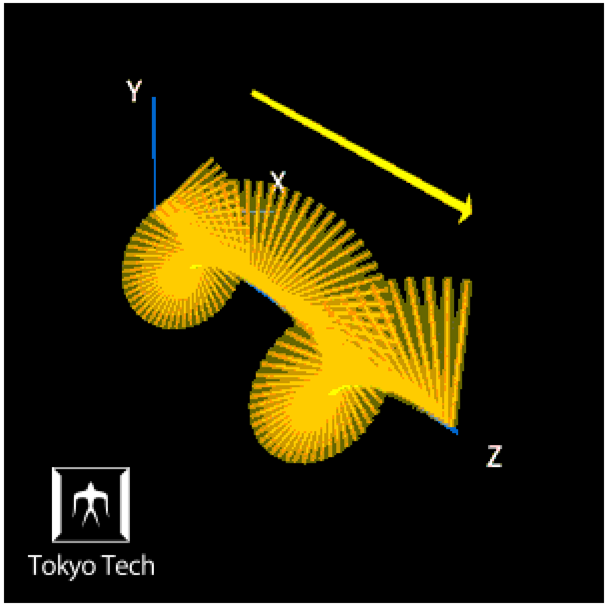
## 楕円偏光（elliptically polarized light）

楕円偏光のうち、電界ベクトル$E$の軌跡が円形になるものを特別に円偏光と呼ぶ。
円偏光には右回りと左回りがあり、

一般的には、「（光源を背にして）波の法線方向を向いている静止した観測者にとって時間とともに時計方向に回転する」円偏光を右円偏光と定義する。

問題：
下の図で表された円偏光は
それぞれ右回りか、左回りか？





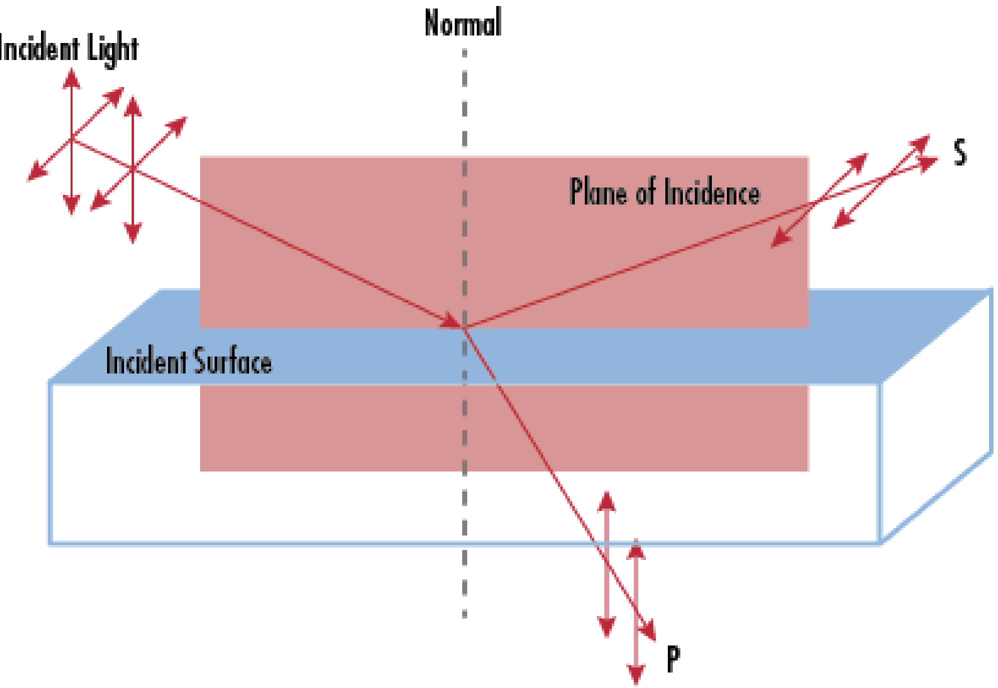
# 波動方程式 (直線偏光の極性)

波動方程式より

$$\begin{cases} \nabla^2 E_x(\boldsymbol{r},t) = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 E_x(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2} \\ \nabla^2 E_y(\boldsymbol{r},t) = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 E_y(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2} \end{cases}$$

一般解は

$$\begin{cases} E_x(\boldsymbol{r},t) = E_{0x}\cos(\omega t - \boldsymbol{kr} + \delta_x) \\ E_y(\boldsymbol{r},t) = E_{0y}\cos(\omega t - \boldsymbol{kr} + \delta_y) \end{cases}$$




進行方向を$z$にとると

$$\begin{cases} E_x(z,t) = E_{0x}\cos(\omega t - kz + \delta_x) \\ E_y(z,t) = E_{0y}\cos(\omega t - kz + \delta_y) \end{cases}$$

: $s$-polarization (紙面に垂直)

: $p$-polarization (紙面内)

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ : wave number(波数)

$\omega = 2\pi f$ : angular frequency (角振動数)

$\delta_{x(y)}$ : arbitrary phase (位相)

$\omega t - kz$ : propagator (伝搬関数)

垂直: Perpendicular (*Senkrecht* [独])

平行: Parallel (*Paralelle* [独])

# 偏光楕円

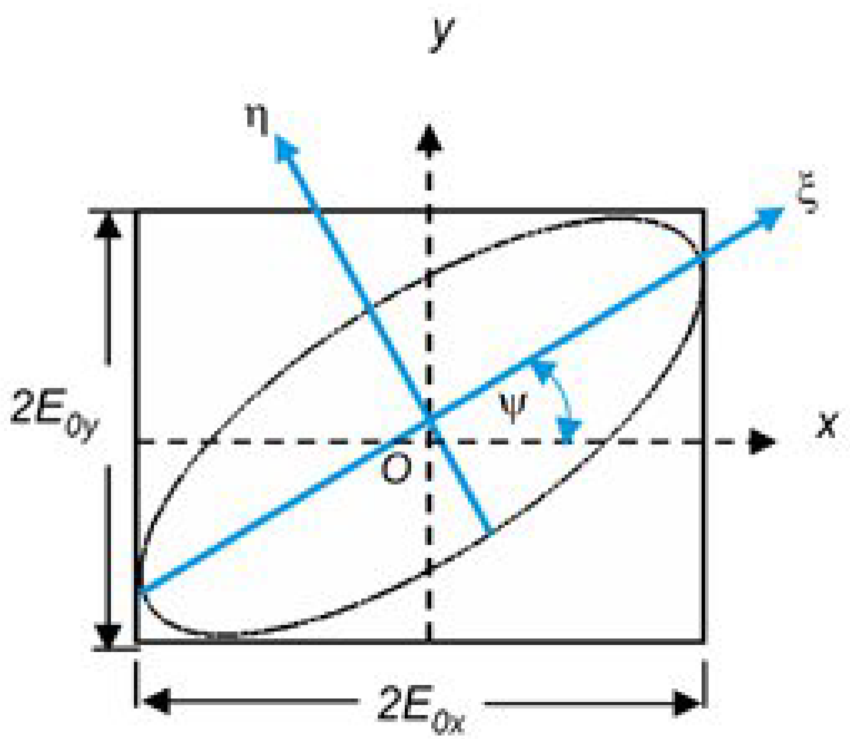
$$\begin{cases} E_x(z,t) = E_{0x}\cos(\omega t - kz + \delta_x) \\ E_y(z,t) = E_{0y}\cos\left(\omega t - kz + \delta_y\right) \end{cases}$$

両式から伝搬関数$(\omega t - kz)$を消去すると

$$\frac{E_x(z,t)^2}{{E_{0x}}^2} + \frac{E_y(z,t)^2}{{E_{0y}}^2} - \frac{2E_x(z,t)E_y(z,t)}{E_{0x}E_{0y}}\cos\delta = \sin^2\delta$$

$$\delta = \delta_x - \delta_y$$

Polarization ellipse




$\Psi$ : 楕円方位角

$\chi$ : 楕円率（角）

$$\tan 2\Psi = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{{E_{0x}}^2 - {E_{0y}}^2}\cos\delta$$

$$\sin 2\chi = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}\sin\delta$$

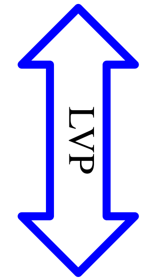
# 偏光状態

Linearly Horizontal Polarization (LHP)

$$E_{0y} = 0$$


Linearly Vertical Polarization (LVP)

$$E_{0x} = 0$$

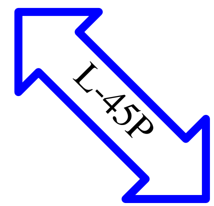



Linearly + 45° Polarization (L+45P)

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0$$
$$\delta = 0$$

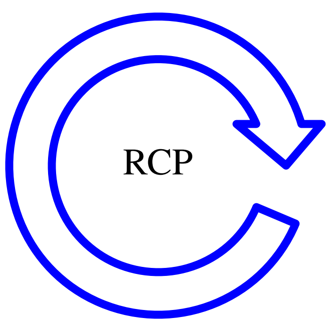

Linearly - 45° Polarization (L-45P)

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0$$
$$\delta = \pi$$



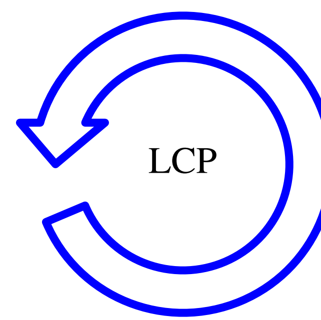

Right circular polarization (RCP)

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0$$
$$\delta = \frac{\pi}{2}$$




Left circular polarization (LCP)

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0$$
$$\delta = -\frac{\pi}{2}$$



# Poincaré sphere

Ψ : 楕円方位角
χ : 楕円率

直接は測定できない

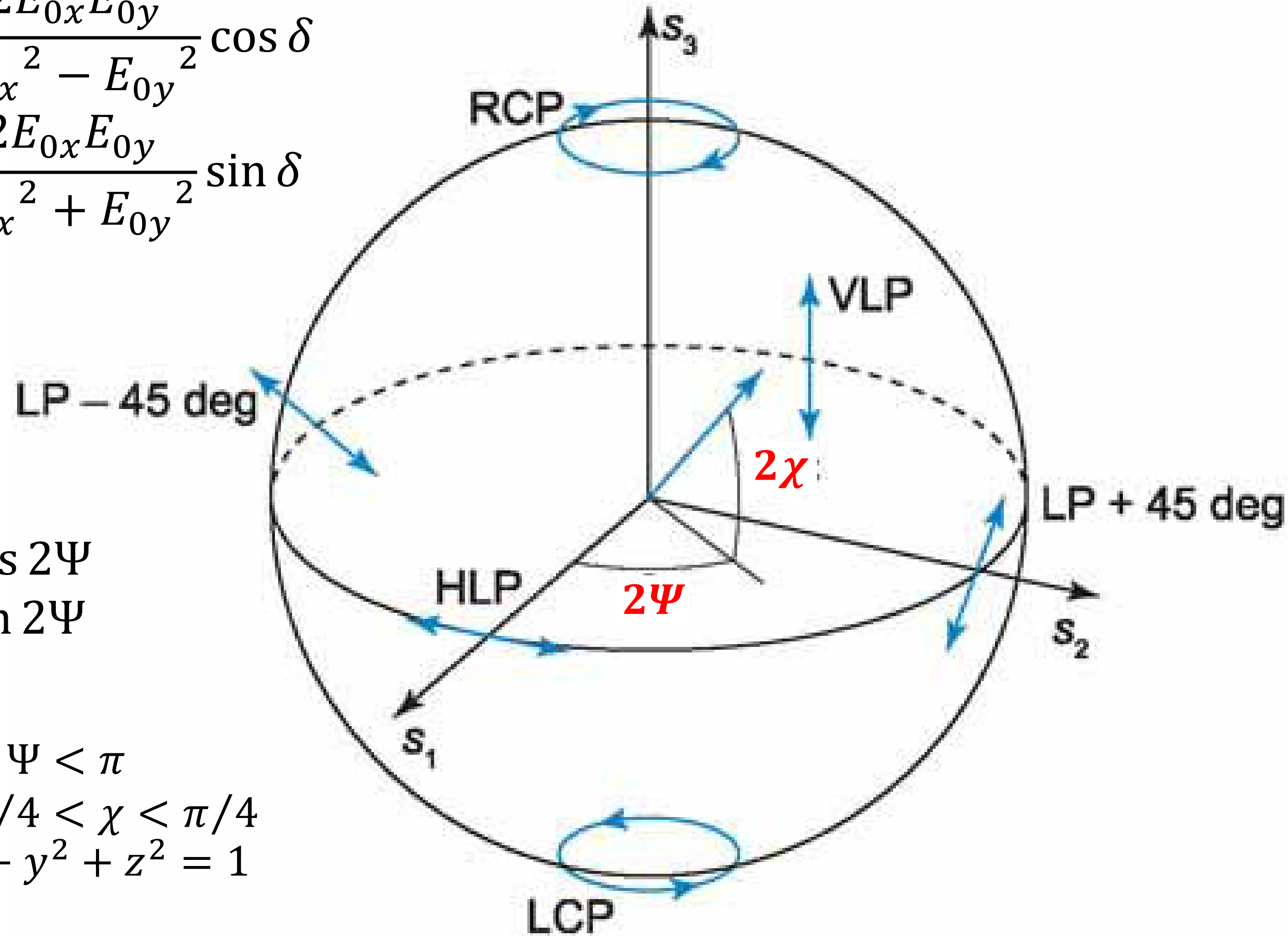
$$\tan 2\Psi = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{{E_{0x}}^2 - {E_{0y}}^2}\cos\delta$$

$$\sin 2\chi = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}\sin\delta$$

**Poincaré sphere**

$$\begin{cases} x = \cos 2\chi \cos 2\Psi \\ y = \cos 2\chi \sin 2\Psi \\ z = \sin 2\chi \end{cases}$$

$0 < \Psi < \pi$
$-\pi/4 < \chi < \pi/4$
$x^2 + y^2 + z^2 = 1$



# Stokes vector



Poincaré球の制限
1. 瞬間的な表現であること
2. 回転角Ψも楕円角$\chi$も直接測定できるものではない

偏光楕円の時間平均を導入

$$\langle E_i(z,t)E_j(z,t)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T E_i(z,t)E_j(z,t)dt\,, \qquad i,j = x,y$$

$$\Rightarrow \quad {S_0}^2 = {S_1}^2 + {S_2}^2 + {S_3}^2$$

Stokes vector

$$\begin{cases} S_0 = {E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2 \\ S_1 = {E_{0x}}^2 - {E_{0y}}^2 \\ S_2 = 2E_{0x}E_{0y}\cos\delta \\ S_3 = 2E_{0x}E_{0y}\sin\delta \end{cases} \Rightarrow \quad \boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} S_1 = S_0\cos 2\chi\cos 2\Psi \\ S_2 = S_0\cos 2\chi\sin 2\Psi \\ S_3 = S_0\sin 2\chi \end{cases}$$

これらは直接は測定できる
1852年Stokesにより導入され、
Stokes polarization parameters と呼ぶ

$$\Psi = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{S_2}{S_1}\right)$$

$$\chi = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{S_3}{S_0}\right)$$

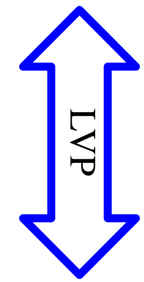
# Stokes vectorで表した偏光状態

Linearly Horizontal Polarization (LHP)

$$S_{LHP} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$


Linearly Vertical Polarization (LVP)

$$S_{LVP} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

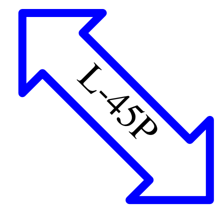



Linearly + 45° Polarization (L+45P)

$$S_{L+45P} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

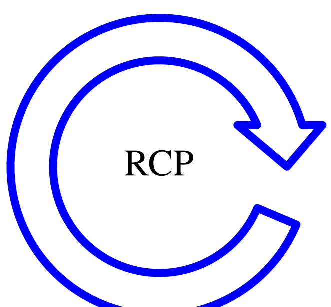

Linearly - 45° Polarization (L-45P)

$$S_{L-45P} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



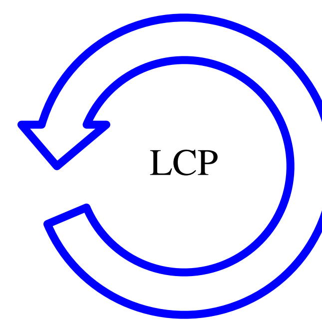

Right circular polarization (RCP)

$$S_{RCP} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$




Left circular polarization (LCP)

$$S_{LCP} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$



# 偏極度(degree of polarization)

Stokes parameterでは完全な偏光だけでなく、無偏光や部分偏光も表現できる

$$S_{unp} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad S_{partial} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = (1-P)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + P\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}$$

Degree of polarization (DOP)

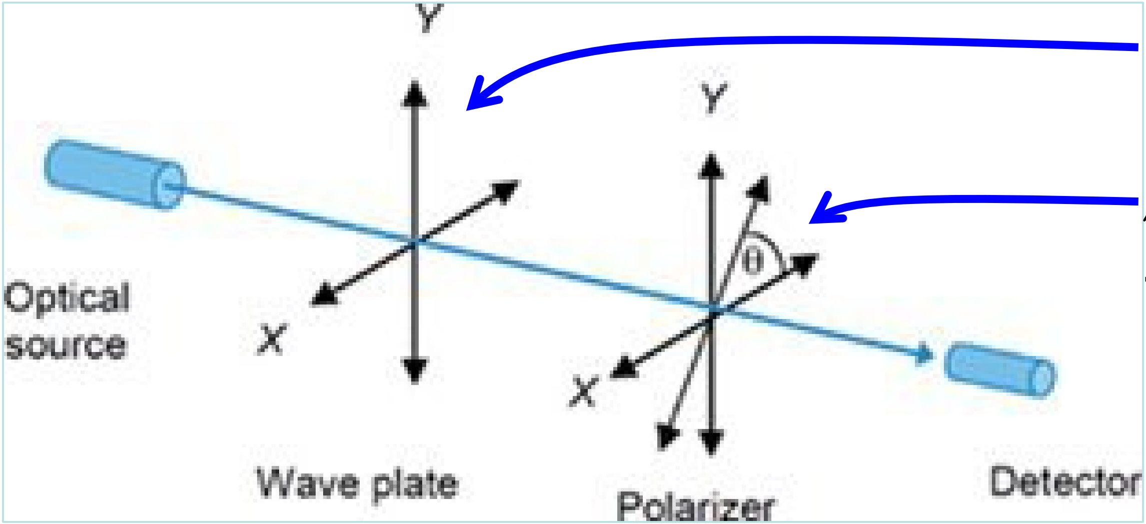
$$P = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{\sqrt{{S_1}^2 + {S_2}^2 + {S_3}^2}}{S_0}, \qquad 0 \le P \le 1$$

$${S_0}^2 \ge {S_1}^2 + {S_2}^2 + {S_3}^2$$

Degree of circular polarization (DOCP)

$$P_{DOCP} = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{S_3}{S_0}, \qquad 0 \le P \le 1$$

# Stokes parameterの測定




波長板（Wave plate）
→ 直行成分間に$\varphi$位相をシフト

偏光子（Polarizer）
→角度$\theta$傾いた成分のみ透過

なぜこうなるかは
次頁以降参照

検出される光の強度は

$$I(\theta,\varphi)=\frac{1}{2}[S_0+S_1\cos 2\theta+S_2\sin 2\theta\cos\varphi-S_3\sin 2\theta\sin\varphi]$$

4回測定を行う

•偏光子 $\theta=0,\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}$
波長板 $\varphi=0$（なし）→ $\begin{cases} I(0,0) \\ I\left(\frac{\pi}{4},0\right) \\ I\left(\frac{\pi}{2},0\right) \end{cases}$

•偏光子 $\theta=\frac{\pi}{4}$
波長板 $\varphi=\frac{\pi}{2}$ → $I\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$

$$\begin{cases} S_0=I(0,0)+I\left(\frac{\pi}{2},0\right) \\ S_1=I(0,0)-I\left(\frac{\pi}{2},0\right) \\ S_2=2I\left(\frac{\pi}{4},0\right)-S_0 \\ S_3=S_0-2I\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

# Mueller Matrix


$\boldsymbol{S}$ 4x4 transformation matrix $\boldsymbol{S'}$

$$\begin{pmatrix} S_0{}' \\ S_1{}' \\ S_2{}' \\ S_3{}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{S'} = \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{S} \qquad (\boldsymbol{M}\text{: Mueller matrix})$$

① 偏光子（Polarizer）
：振幅($E_{0x}$, $E_{0y}$)の変調
② 波長板（Wave plate）
:位相($\delta$)の変調
③ 回転子（Rotator）
：偏光楕円（Ψ）の変調

① 偏光子（Polarizer）：振幅($E_{0x}$, $E_{0y}$)の変調

$x$軸、$y$軸に対する吸収係数（$p_x, p_y$）が異なる

$$0 \leq p_x, p_y \leq 1$$

透過なし　　吸収なし

一般式

$$\boldsymbol{M}_{pol}(p_x, p_y) = \begin{pmatrix} p_x{}^2 + p_y{}^2 & p_x{}^2 - p_y{}^2 & 0 & 0 \\ p_x{}^2 - p_y{}^2 & p_x{}^2 + p_y{}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2p_x p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2p_x p_y \end{pmatrix}$$

# Mueller Matrix

## ① 偏光子 (Polarizer) のつづき

A) x軸向きの(理想的な)直線偏光子

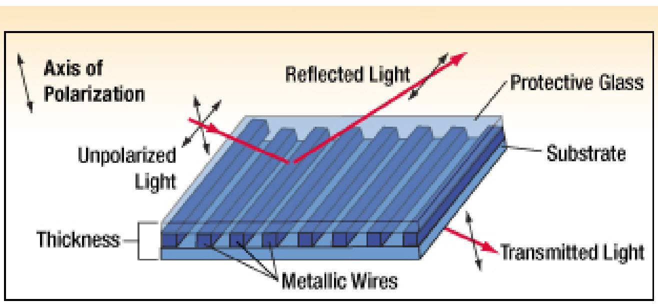
$$p_x = 1,\ p_y = 0$$

$$\boldsymbol{M}_{pol}(1,0) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

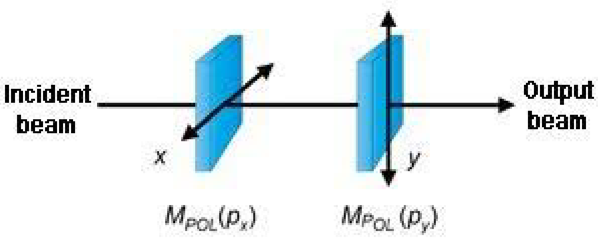
B) y軸向きの(理想的な)直線偏光子

$$p_x = 0,\ p_y = 1$$

$$\boldsymbol{M}_{pol}(1,0) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$




問題：
2枚の直線偏光子を直交する（下図）と光が透過しないことを確かめよ



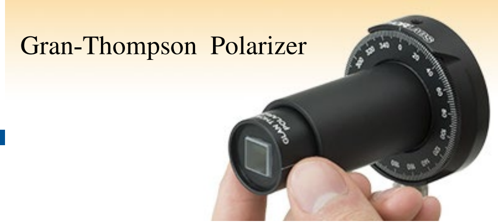

C) NDフィルター (Neutral Density filter: 減光フィルター)

$$p_x = p,\ p_y = p$$

$$\boldsymbol{M}_{ND}(p,p) = \begin{pmatrix} p^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p^2 \end{pmatrix}$$

$p^2$倍になる（$p$は1以下なので減光される）

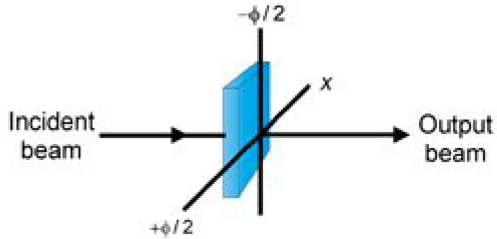
# Mueller Matrix




## ② 波長板（Wave plate） :位相($\delta$)の変調

$x$-axis (fast axis) $\rightarrow +\frac{\varphi}{2}$

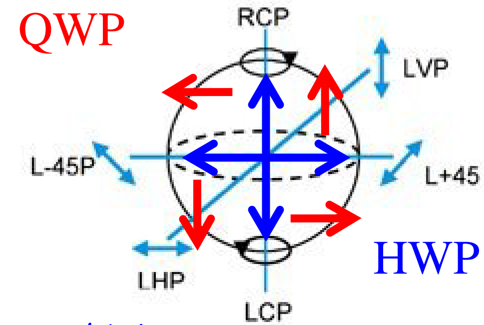
$y$–axis (slow axis) $\rightarrow -\frac{\varphi}{2}$




Retarder, Phase shifter とも呼ばれる

$\boxed{\text{一般式}}$

$$\boxed{\boldsymbol{M}_{WP}(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}}$$




A) Quarter-wave plate (QWP: $\lambda/4$板)

$$\boldsymbol{M}_{QWP}\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

B) Half-wave plate (HWP: $\lambda/2$板)

$$\boldsymbol{M}_{HWP}(\varphi = \pi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

問題：

① L+45Pの光をQWPに入射するとRCPに、
もう一度入射するとL-45Pに、
更にもう一度入射するとLCPに、
最後にもとに戻ることを確かめよ。
（上図の赤矢印）

② QWPにLHPやLVPを入れても変化しないことを確かめよ。

③ HWPにL+45Pを入射するとL-45Pに
RCPを入れるとLCPになることを確かめよ。
（上図の青矢印）

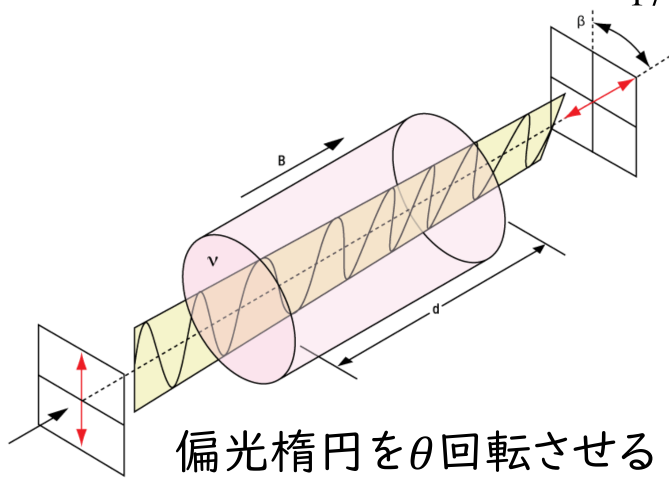
④ HWPに楕円偏光を入射すると楕円角Ψと方位角$\chi$がそれぞれ$(\pi/2-\Psi)$と$(\pi/2-\chi)$になることを確かめよ。

# Mueller Matrix

③ 回転子 (Rotator) ：偏光楕円 (Ψ ) の変調

一般式

$$\boxed{\boldsymbol{M}_{ROT}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$




偏光楕円を$\theta$回転させる

[応用] 直線偏光子や波長板を$\theta$回転させた場合のMuller MatrixはRotatorを使って

$$\boxed{\boldsymbol{M}(\theta) = \boldsymbol{M}_{ROT}(-\theta) \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{M}_{ROT}(\theta)}$$

と表すことができる。

A) 直線偏光子の場合

$$\boldsymbol{M}_{POL}(\theta) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

問題：
① 左式を導出せよ
② 左式を用いて下の4つの特異な角度について確かめよ。

特異な角度に回転させると

$\theta = 0°$
$$\boldsymbol{M}_{LHP} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\theta = 45°$
$$\boldsymbol{M}_{L+45P} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\theta = 90°$
$$\boldsymbol{M}_{LVP} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\theta = 135°$
$$\boldsymbol{M}_{L-45P} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# Mueller Matrix

## B) 波長板の場合

$$
\boldsymbol{M}_{WP}(\theta)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos^2 2\theta+\cos\varphi\sin^2 2\,\theta & (1-\cos\varphi)\sin 2\theta\cos 2\theta & \sin\varphi\sin 2\theta\\ 0 & (1-\cos\varphi)\sin 2\theta\cos 2\theta & \sin^2 2\,\theta+\cos\varphi\cos^2 2\theta & -\sin\varphi\cos 2\theta\\ 0 & -\sin\varphi\sin 2\theta & \sin\varphi\cos 2\theta & \cos\phi\end{pmatrix}
$$

・HWPの場合（$\varphi=\pi$）

$$
\boldsymbol{M}_{HWP}(\theta)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos 4\theta & \sin 4\theta & 0\\ 0 & \sin 4\theta & -\cos 4\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}
$$

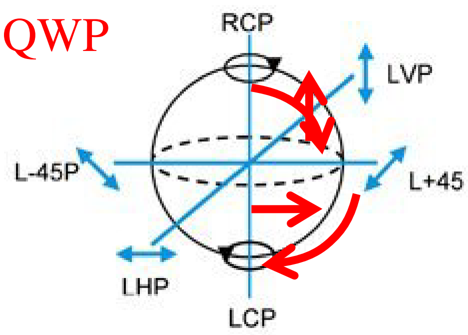
rotatorのMuller matrixと似ている。
（$\theta$が2倍で回転角と楕円角が逆）

→ HWPは “擬回転子(pseudo-rotator)” として用いることができる

・QWPの場合（$\varphi=\frac{\pi}{2}$）

$$
\boldsymbol{M}_{QWP}(\theta)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta\cos 2\theta & \sin 2\theta\\ 0 & \sin 2\theta\cos 2\theta & \sin^2 2\,\theta & -\cos 2\theta\\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0\end{pmatrix}
$$

QWP




このQWPにL+45Pを通すと、

$$
S(\theta)=\begin{pmatrix}1\\ \sin 2\theta\cos 2\theta\\ \sin^2 2\,\theta\\ \cos 2\theta\end{pmatrix}
$$

$\theta$を回転させると

$$
S(0^\circ)=\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}\quad S(45^\circ)=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}\quad S(90^\circ)=\begin{pmatrix}1\\0\\0\\-1\end{pmatrix}\quad S(135^\circ)=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}
$$

QWPを回転させることによっても偏光を制御することができる（上図矢印）。

# Mueller Matrix

問題：

① 波長板を回転させた場合の一般式を導出せよ

② HWPを回転させた場合の式を導出せよ

③ QWPを回転させた場合の式を導出せよ

④ L+45Pを$\theta$回転させたQWPに入射させた場合の一般式を導出せよ

⑤ QWPの回転に伴う出射光の偏光変化を確かめよ。

⑥ P.13のQWPとLPを通過させた光の強度の式を確かめよ。

⑦ P.13の測定系でLPは45°に固定し、QWPを0°と90°にしたときの強度を測定すると、DOCPが以下の式で得られることを確かめよ。

$$DOCP = \frac{I^{90°} - I^{0°}}{I^{90°} + I^{0°}}$$

⑧ ⑦において何らかの原因で検出器に無偏光成分や直線偏光成分が入ってしまった場合、DOCPはどの程度低下するか計算せよ。

# Outline

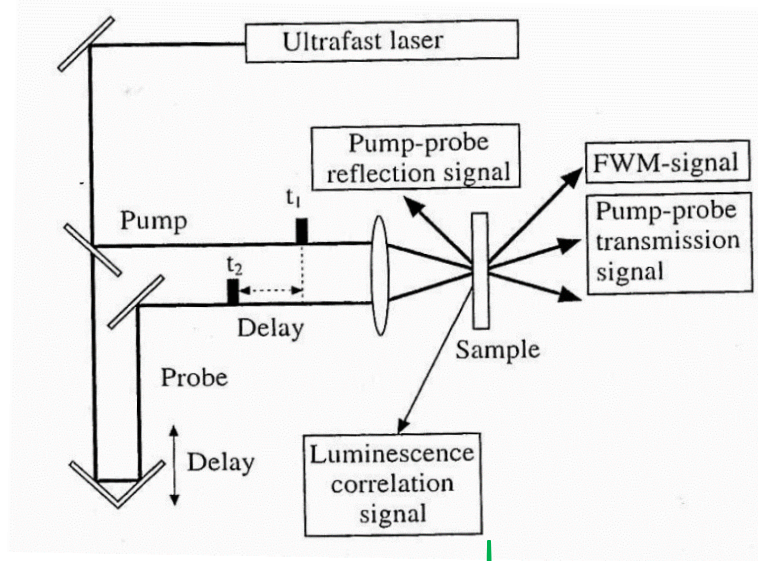
1. 偏光とは何か
    1. 偏光とは 直線偏光と楕円偏光
    2. Poincare sphere
    3. Stokes vectors
    4. Mueller matrix
2. 偏光測定
    1. 光学系
    2. 分光計測
    3. ロックイン検出
3. 【実習】偏光を測定してみよう
    1. 光学系の組み方
    2. 光学系
    3. 課題

# 2.偏光測定

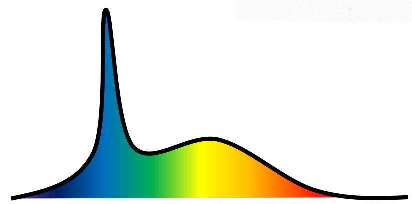
## 偏光状態の測定

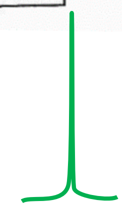
- 時間依存性

  1. 超高速分光法
     - 様々な超高速分光技術
     - ポンププローブ分光
     - 時間分解円二色性分光
     - 光カーゲート法　　　などなど
  2. Streak Camera




- 波長(エネルギー)依存性





光源 → 試料 → レンズ・フィルタ類 → 分光器 (monochromator) → 検出器

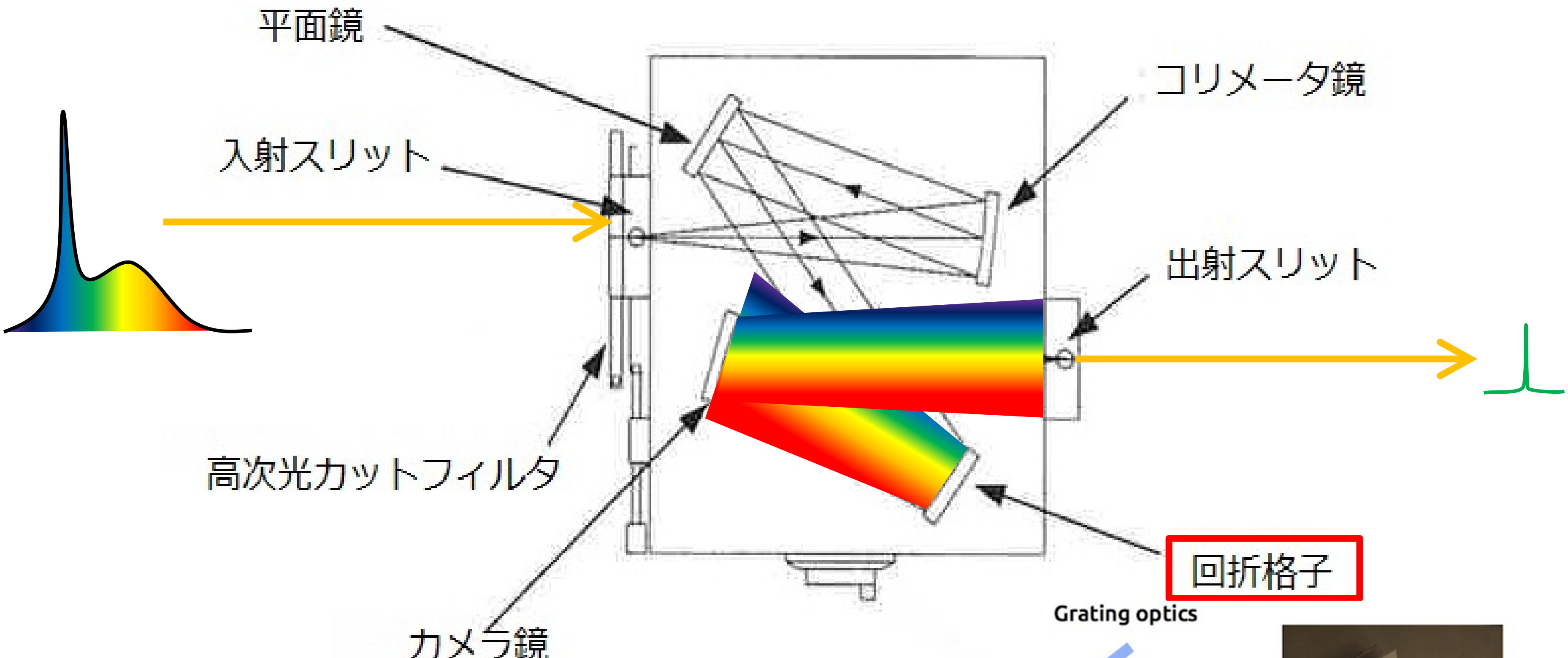
1. レーザー光源
   (単色・コヒーレント・強)
2. 白色光源・ランプ類
   (ブロード・インコヒーレント・弱)

1. レンズ
2. 直線偏光子
3. 波長板
4. フィルター

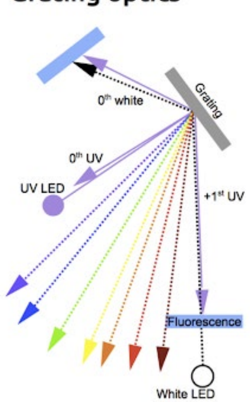
1. 光電子増倍管
2. フォトダイオード
3. 冷却型CCDカメラ
4. (偏光計)

# 分光器

シングル分光器の原理




Grating optics



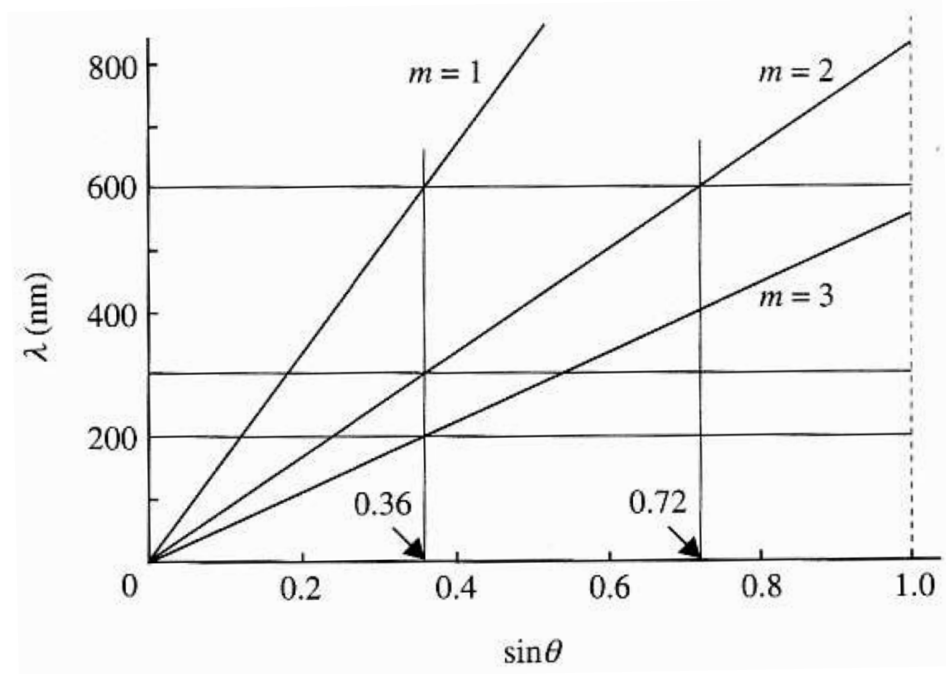

1. 入射スリットから入射
2. コリメータ鏡で収束し平面鏡により回折格子へ
3. 回折格子で波長に依存した角度で分散
4. 分散された光はカメラ鏡で出口スリットで結合

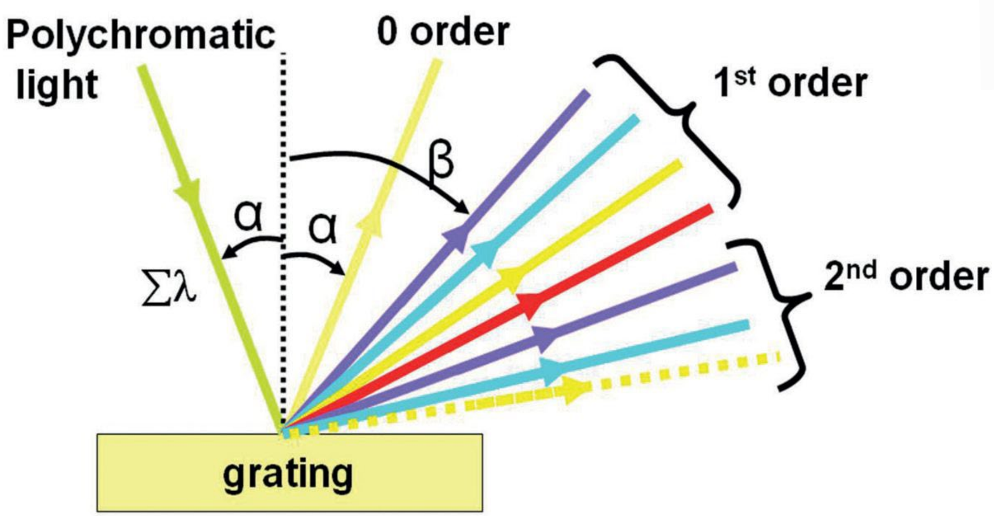
# Grating

回折格子の回折条件

$$\boxed{d(\sin\beta - \sin\alpha) = m\lambda}$$

$d$: 格子間隔
$\alpha$: 入射角
$\beta$: 回折角
$m$: 次数
（$m = 0$の時を0次回折と呼ぶ）




$\sin\beta = 0.36$に出射する光

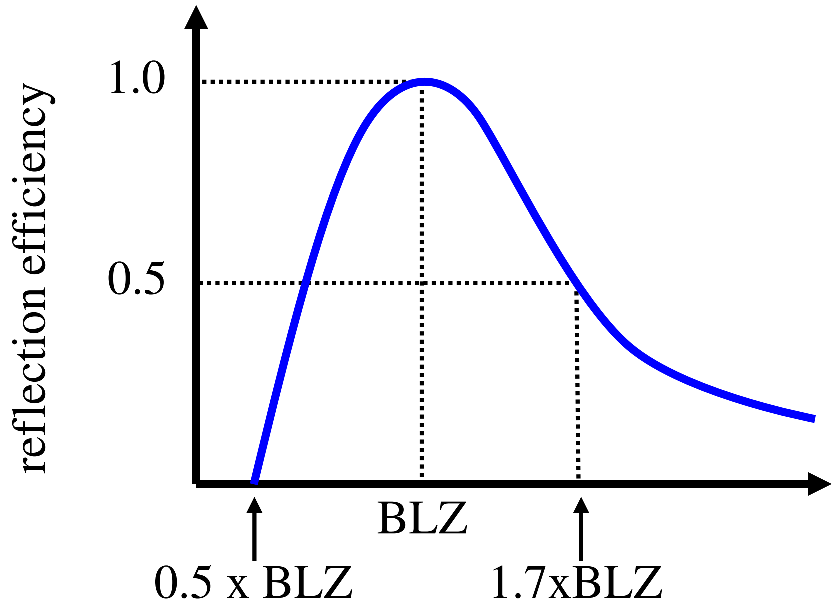
$$\left\{\begin{array}{l}600\ \mathrm{nm}\ \text{の一次回折}\\300\ \mathrm{nm}\ \text{の二次回折}\\200\ \mathrm{nm}\ \text{の三次回折}\end{array}\right.$$

→ 余分な光はバンドパスフィルタ等で除去

# Grating

## 回折格子のパラメーター

1. 格子間隔
2. 中心波長
   （Blazing wavelength：BLZ）




現在使用している分光器に搭載されている回折格子

| | 格子間隔 | BLZ |
|---|---|---|
| #1 | 300 g/mm | 2000 nm |
| #2 | 600 g/mm | 1000 nm |
| #3 | 1200 g/mm | 500 nm |

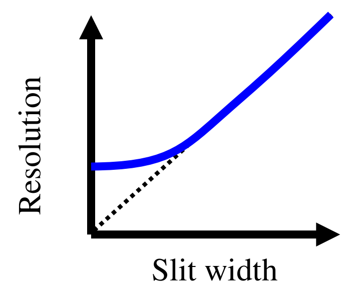
■ Slit width
→ resolution

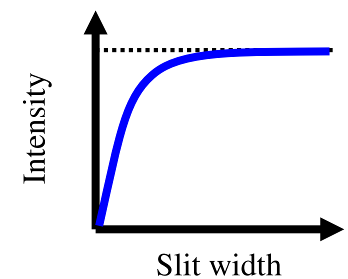
$$\Delta\lambda = \frac{d \times \cos\beta}{\kappa \times f} \times \Delta x$$

| | |
|---|---|
| $d$ | groove density |
| $\beta$ | diffraction angle |
| $\kappa$ | $= \pm 1, \pm 2, \cdots$ |
| $f$ | focal length |
| $\Delta x$ | Slit width |

reciprocal linear dispersion

| | | |
|---|---|---|
| #1 | 10.8 nm/mm | ( 300g/mm) |
| #2 | 5.4 nm/mm | ( 600g/mm) |
| #3 | 2.7 nm/mm | (1200g/mm) |



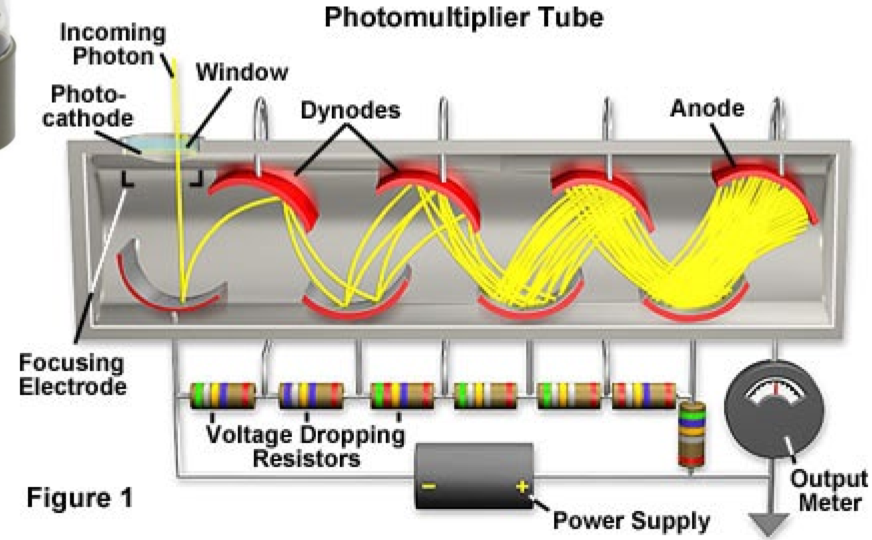




分解能に合わせて入射・出射スリット幅を決める必要がある。
（例）＃Ｉの場合スリット幅1mmだと10 nm程度の分解能しかない。
1 nmの分解能が必要な場合は、0.1mm程度に絞る必要がある。

# 検出器

1. 光電子増倍管
（Photomultiplier tube: PMT）
高感度、高速応答、低雑音性

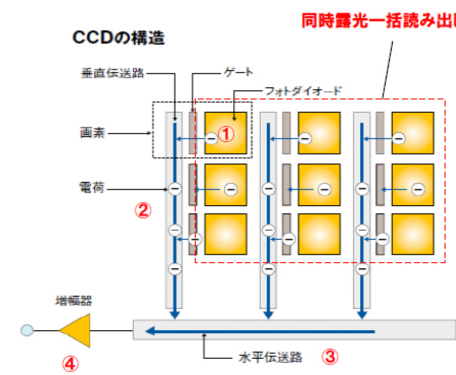
ロックインアンプを用いた同期測定に用いることで超高感度で測定が可能




2. フォトダイオード

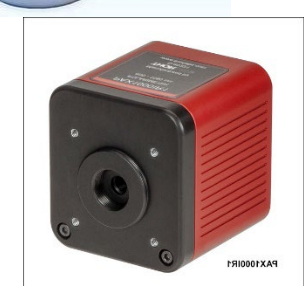
比較的広い範囲で使用可能
現在は単体では使用していない

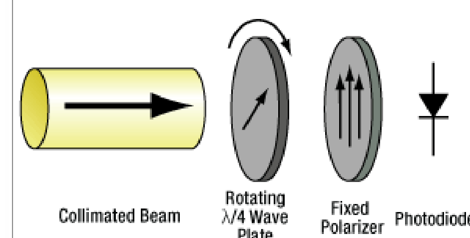
3. 冷却型CCDカメラ

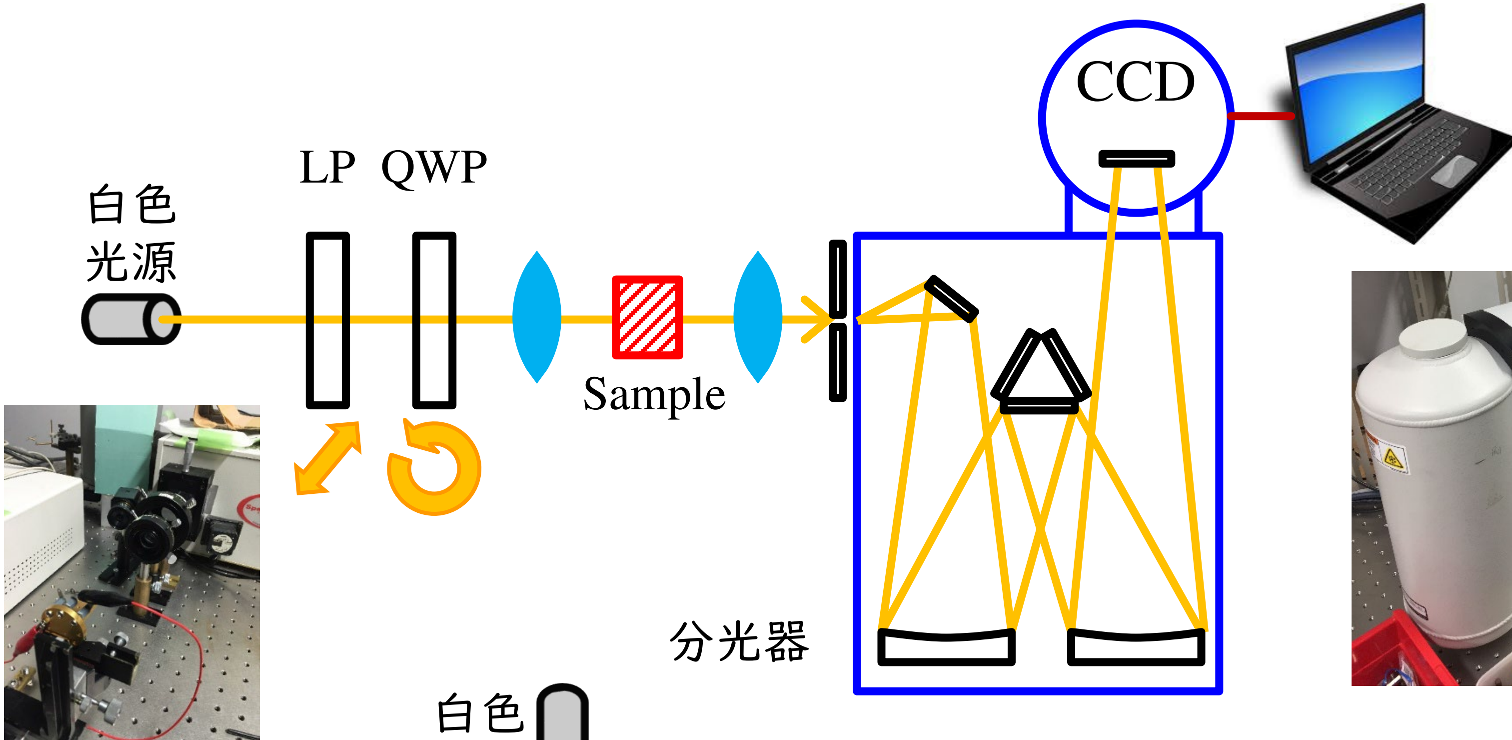

フォトダイオードを格子状に並べたもの
宗片研では分光器出射口に取り付けてあり、回折格子が分散させた光を一度に測定することができる

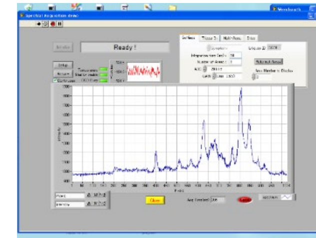
4. （偏光計）
内部に回転するQWPとLPおよびフォトダイオードが組み込まれており、偏光状態を測定することができる



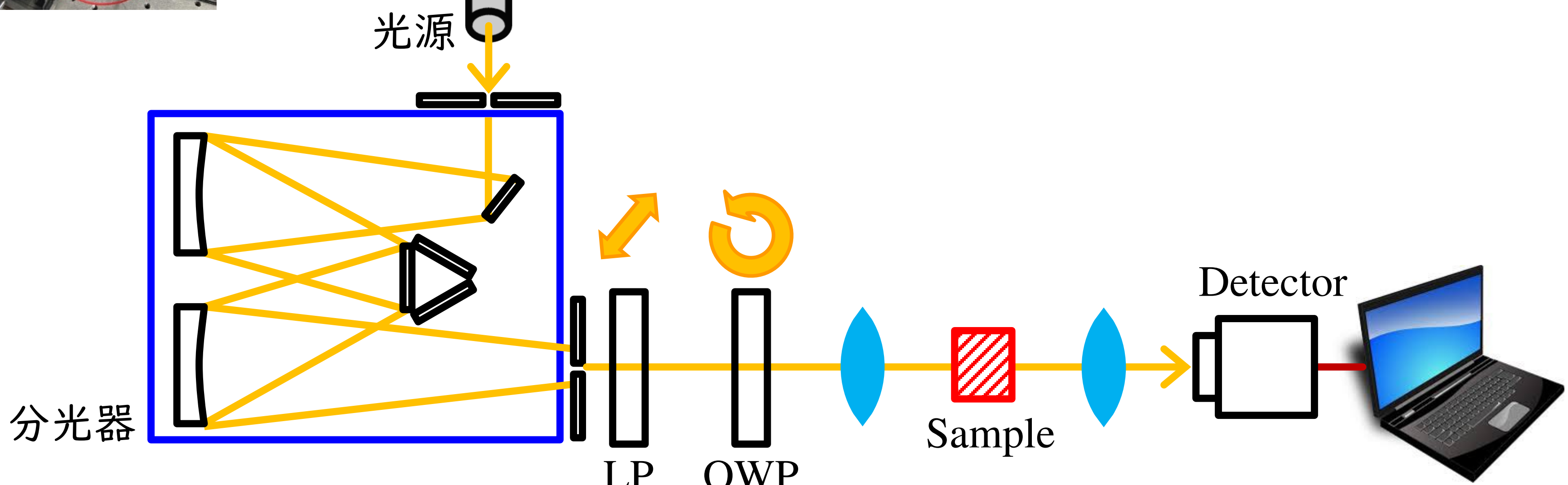


# 分光計計測

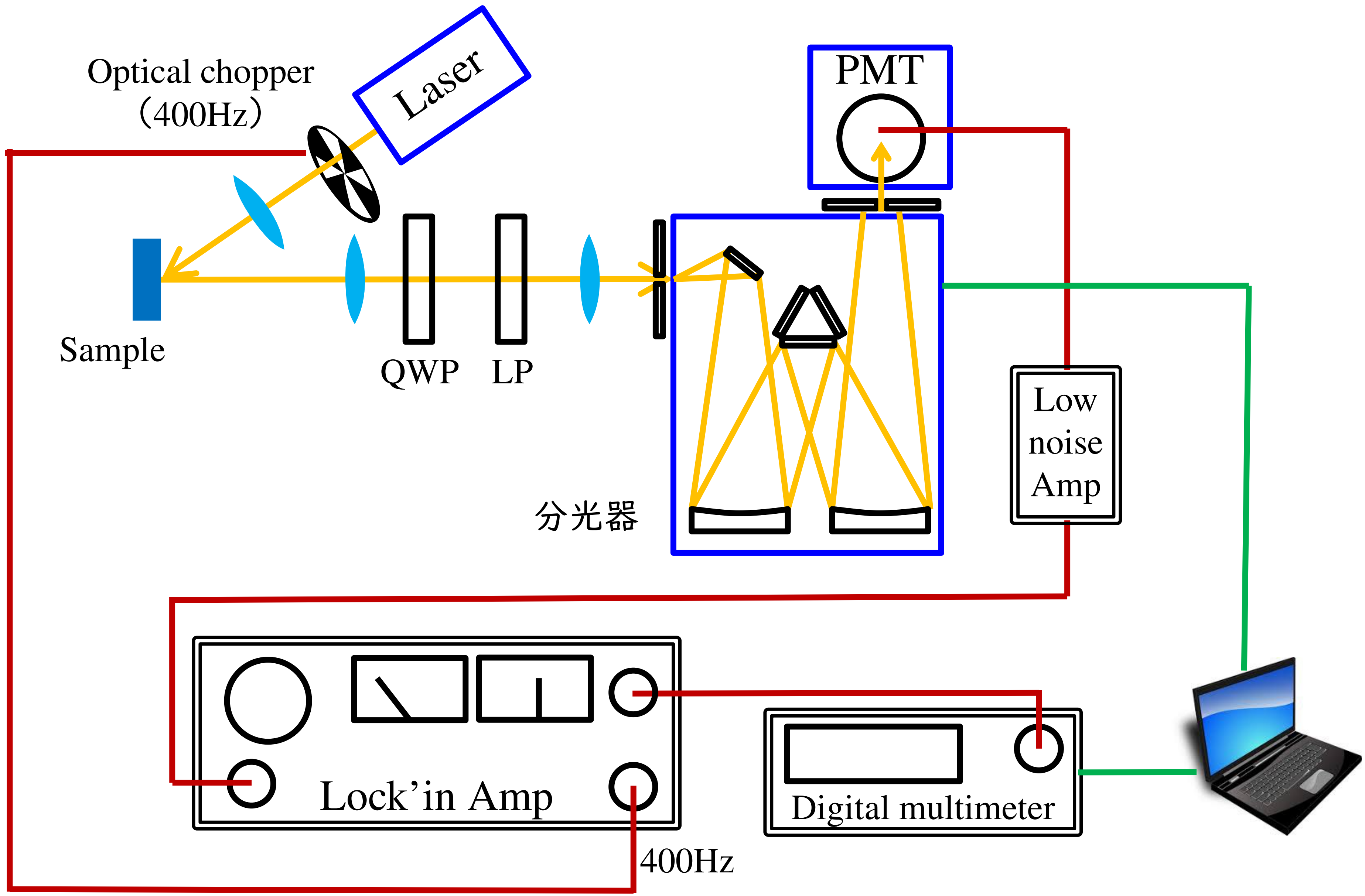

白色
光源
LP
QWP
Sample
CCD
分光器


Ready !


Symphony


白色
光源
分光器
LP
QWP
Sample
Detector

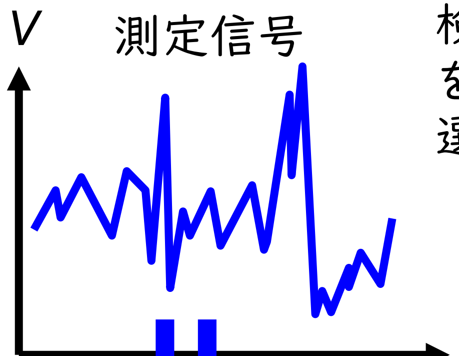
# ロックイン分光計測


Optical chopper
(400Hz)
Laser
PMT
Sample
QWP
LP
分光器
Low
noise
Amp
Lock'in Amp
Digital multimeter
400Hz

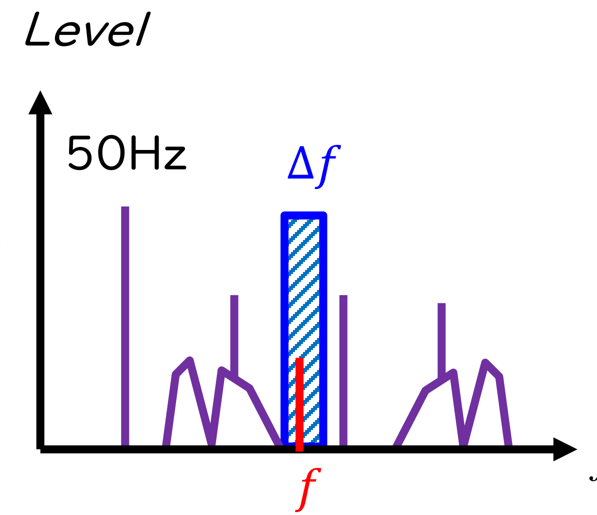
# ロックインアンプの原理

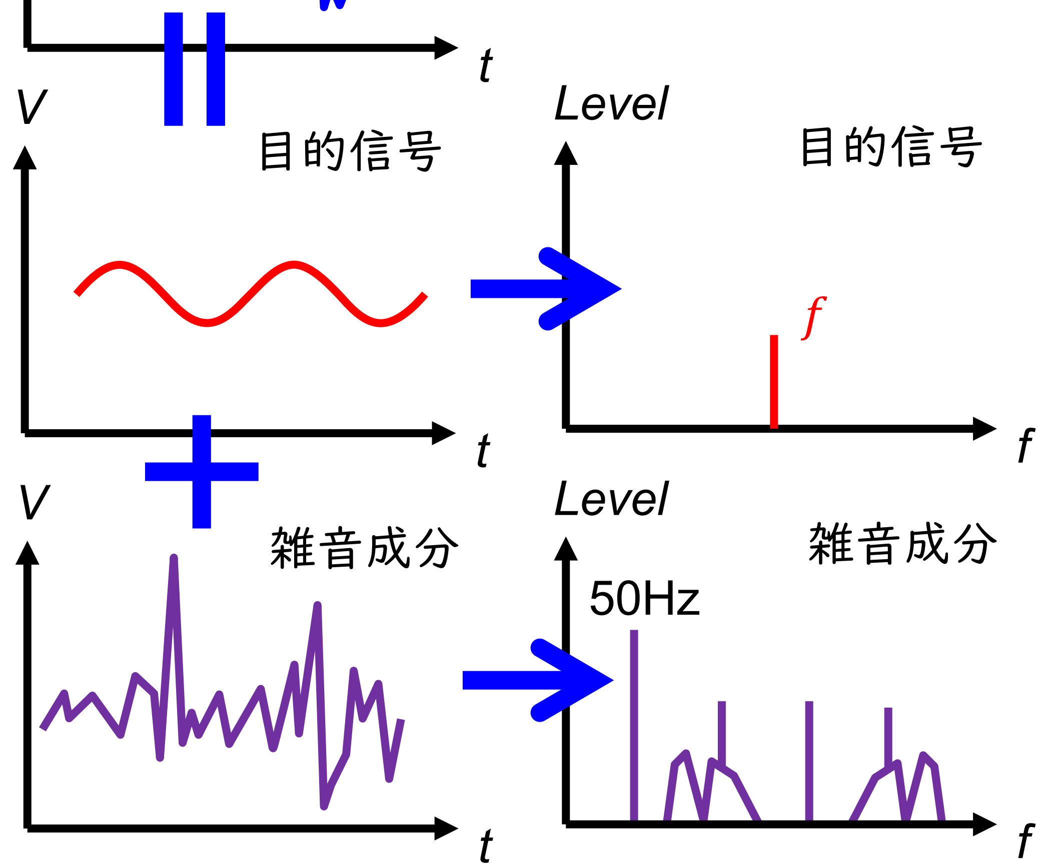


**ロックインアンプ（Lock'in Amplifier）：** 雑音に埋もれた微小信号を抽出する装置




検出信号に一定の周波数依存性を持たせ、その周波数成分のみを選択的に取り出すことができる




バンドパスフィルタによって$\Delta f$の領域の成分のみを抽出する。

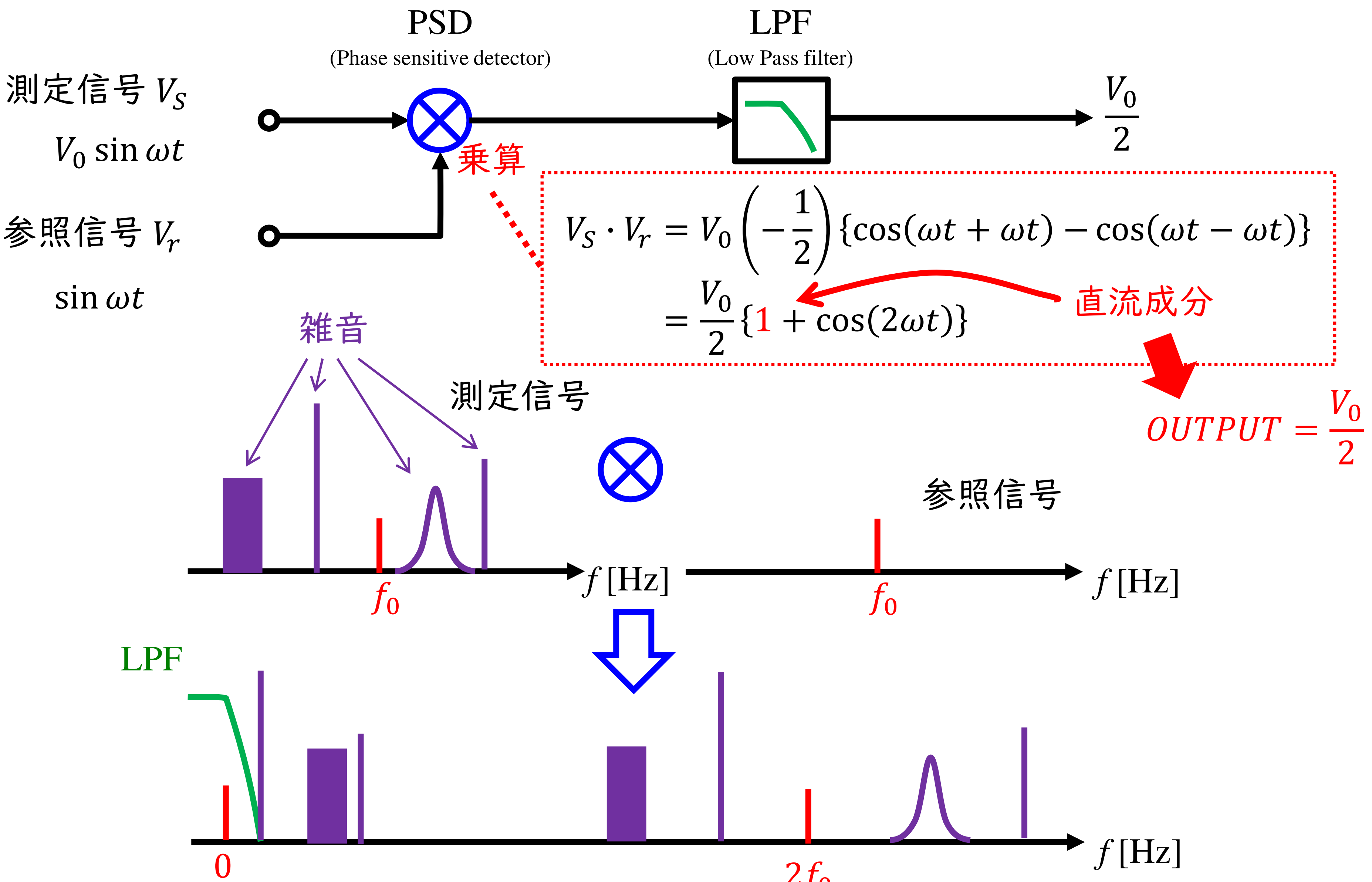
$f$と比較して$\Delta f$が小さいほど雑音が除去される。

バンドパスフィルタの指標として

$$Q = \frac{f}{\Delta f}$$

一般的なバンドパスフィルタは100程度なのに対して、ロックインアンプのQは$10^7$程度

# ロックインアンプの原理(簡易版)



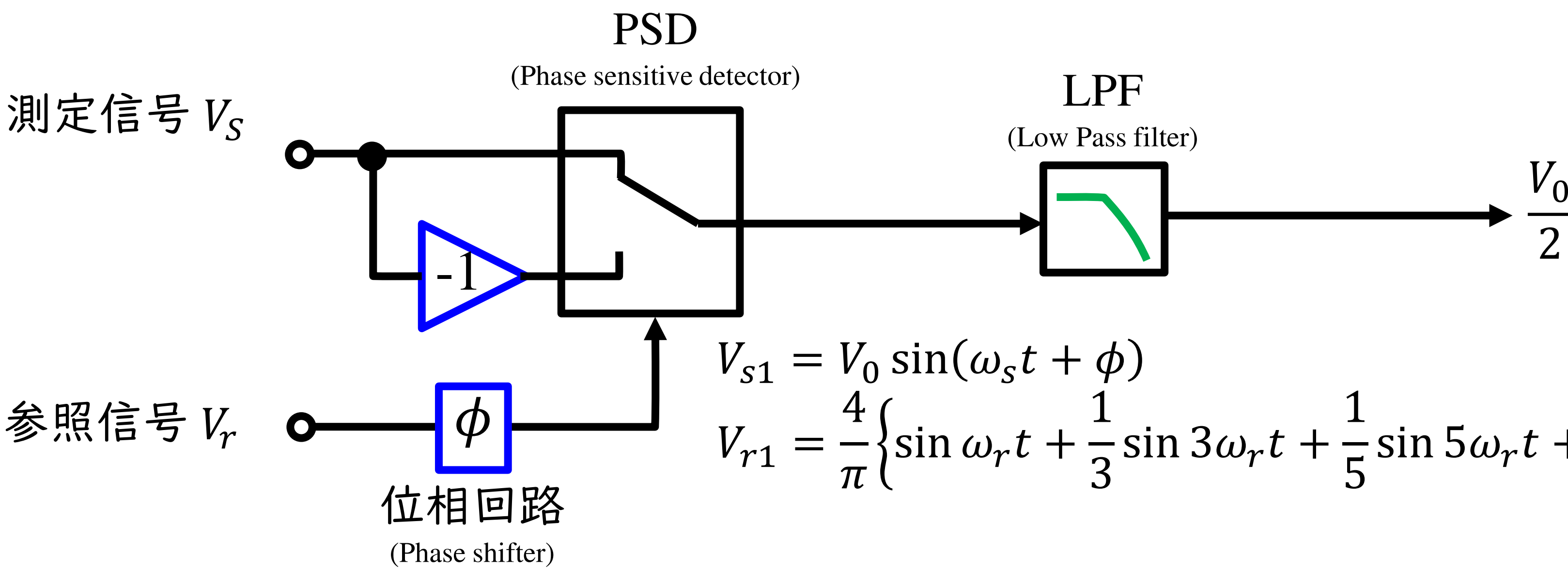

$$V_S \cdot V_r = V_0 \left(-\frac{1}{2}\right) \{\cos(\omega t + \omega t) - \cos(\omega t - \omega t)\}$$

$$= \frac{V_0}{2} \{1 + \cos(2\omega t)\}$$

直流に変換された信号成分のみLFPで取り出す　LPFの時定数が大きいほど帯域が狭い(高Q)

# ロックインアンプの原理（スイッチング）

実際の測定では参照信号にスイッチングによる乗算を用いることが多い。




$$V_{s1} = V_0 \sin(\omega_s t + \phi)$$

$$V_{r1} = \frac{4}{\pi}\left\{\sin \omega_r t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_r t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_r t + \cdots\right\}$$ 方形波

$$V_{s1}\cdot V_{r1} = \frac{4V_0}{\pi}\left(-\frac{1}{2}\right)\{\cos(\omega_s t + \phi + \omega_r t) - \cos(\omega_s t + \phi - \omega_r t)\}$$
$$+\frac{4V_0}{\pi}\left(-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)\{\cos(\omega_s t + \phi + 3\omega_r t) - \cos(\omega_s t + \phi - 3\omega_r t)\}$$

$\omega_s = \omega_r$とすれば

$$V_{s1}\cdot V_{r1} = \frac{4V_0}{\pi}\left(-\frac{1}{2}\right)\{\cos(2\omega_s t + \phi) - \cos\phi\}$$
$$+\frac{4V_0}{\pi}\left(-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)\{\cos(4\omega_s t + \phi) - \cos(2\omega_s t + \phi)\}$$

直流成分

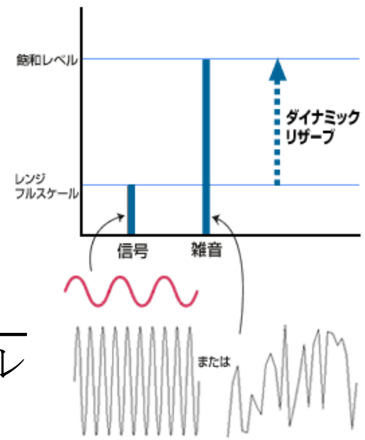
$$OUTPUT = \frac{2V_0}{\pi}\cos\phi$$

# ロックインアンプの原理（設定値）

## ■ ダイナミックリザーブ（DR）

信号の大きさに対してどの程度の雑音の大きさまで許容可能かを表す値

$$\mathrm{DR[dB]} = 20 \times log \frac{\text{最大雑音電圧}}{\text{信号入力フルスケール}}$$



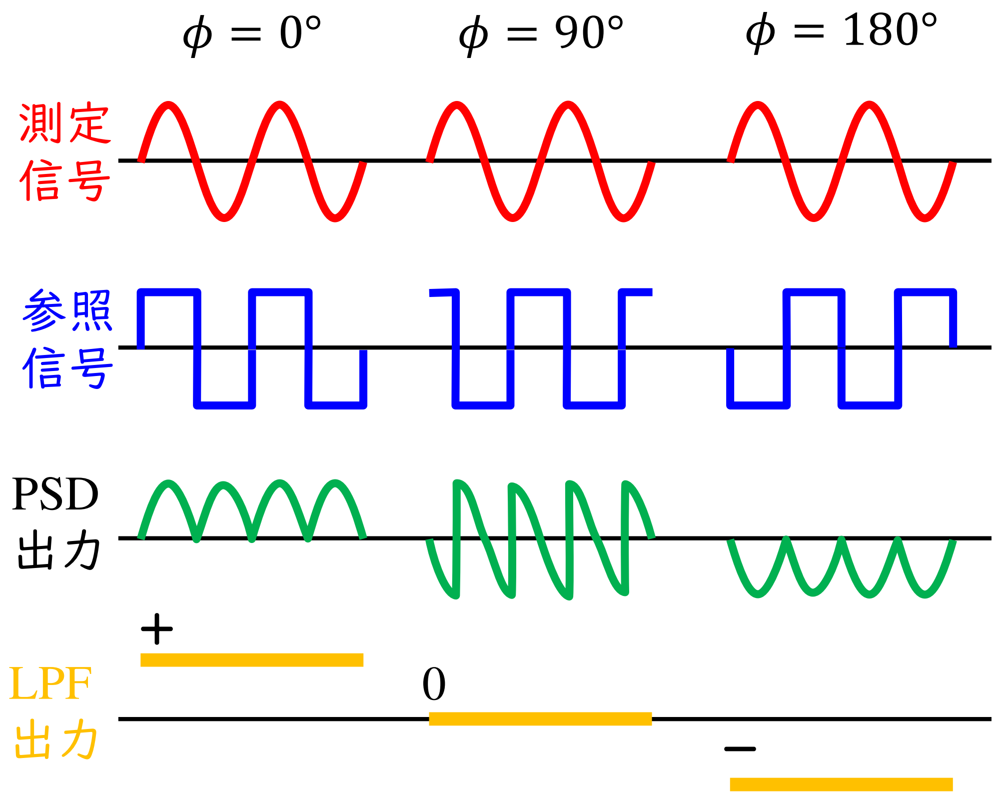

表I ダイナミックリザーブ （単位はdB）

| ダイナミックリザーブ | L | | M | | H | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| SENSITIVITIY | DR 1 | DR 2 | DR 1 | DR 2 | DR 1 | DR 2 |
| 1V | 30 | 30 | — | — | — | — |
| 300mV | 30 | 40 | — | — | — | — |
| 100mV | 30 | 50 | 50 | 50 | — | — |
| 30mV | 30 | 60 | 50 | 60 | — | — |
| 10mV | 30 | 70 | 50 | 70 | 70 | 70 |
| 3mV | 30 | 40 | 50 | 80 | 70 | 80 |
| 1mV | 30 | 50 | 50 | 90 | 70 | 90 |
| 300μV | 30 | 60 | 50 | 60 | 70 | 100 |
| 100μV | 30 | 70 | 50 | 70 | 70 | 110 |
| 30μV | — | — | 50 | 80 | 70 | 80 |
| 10μV | — | — | 50 | 90 | 70 | 90 |
| 3μV | — | — | — | — | 70 | 100 |
| 1μV | — | — | — | — | 70 | 110 |
| 300nV | — | — | — | — | 70 | 110 |
| 100nV | — | — | — | — | 70 | 110 |

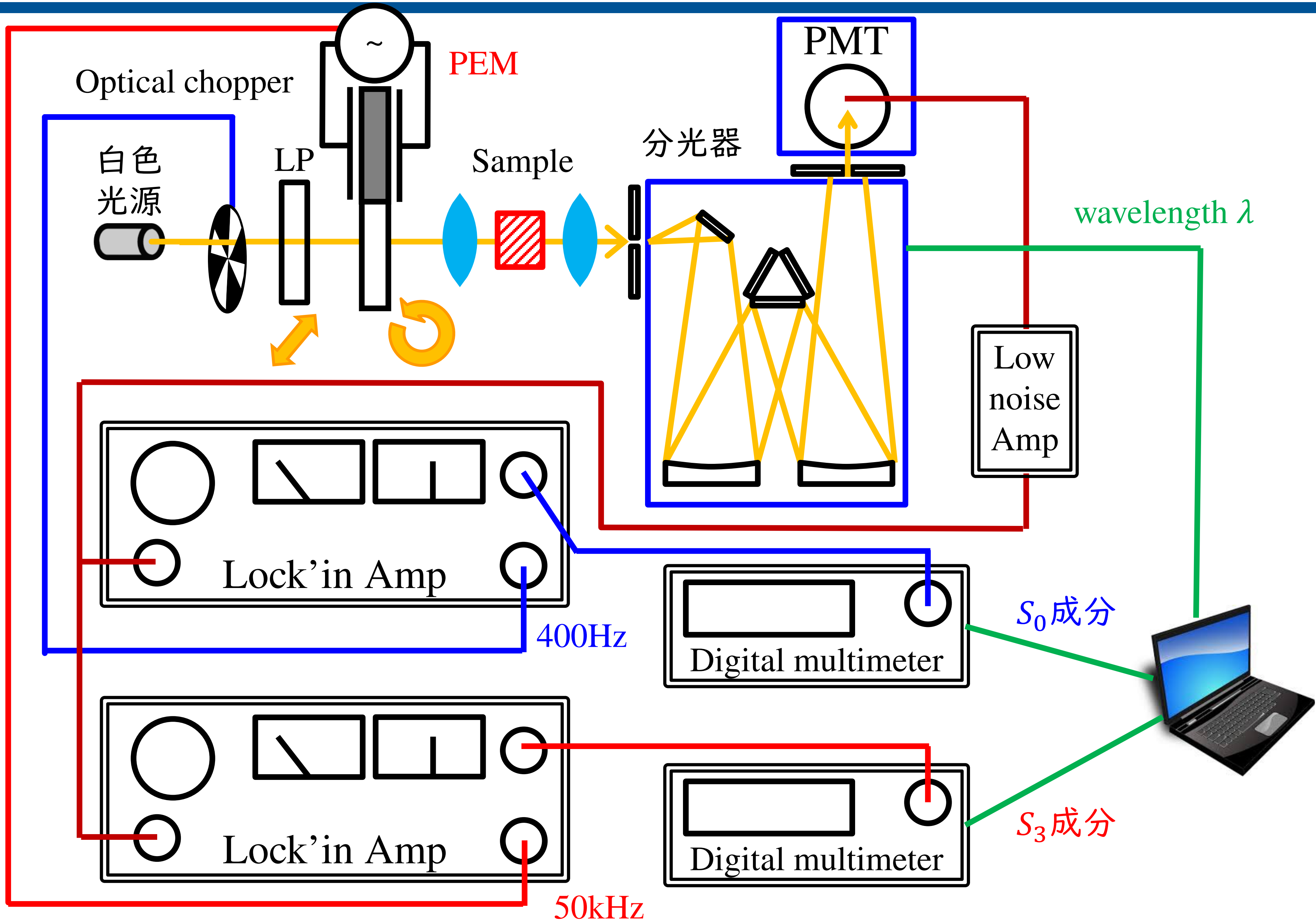
## ■ 参照信号の位相調整

$$\mathrm{OUTPUT} = V_0 \cos \phi$$

$V_0$を正確に把握したい場合、厳密に位相を調節し、$\phi = 0$とする必要がある。



# [応用編]ダブルロックイン偏光分光計測

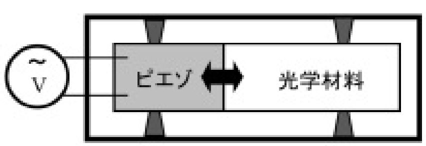


# PEM

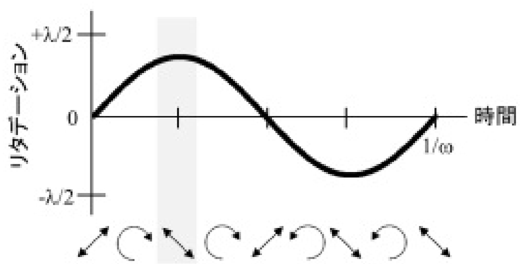
## PEM (Photo-Elastic Modulator: 光弾性変調器)

光の偏光状態を固定された周波数で変調できる偏光制御素子
圧電素子を高速(数十kHz)で駆動し、合成石英などの光学素子に応力を加えて意図的に応力複屈折を発生させ、透過光の偏光状態を変調することができる。

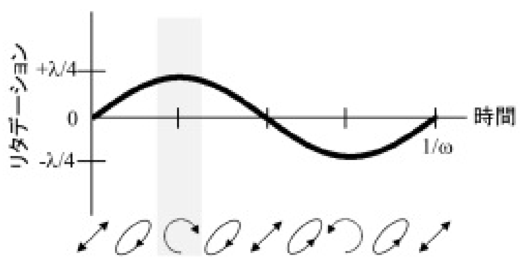

(a) 光弾性変調器写真



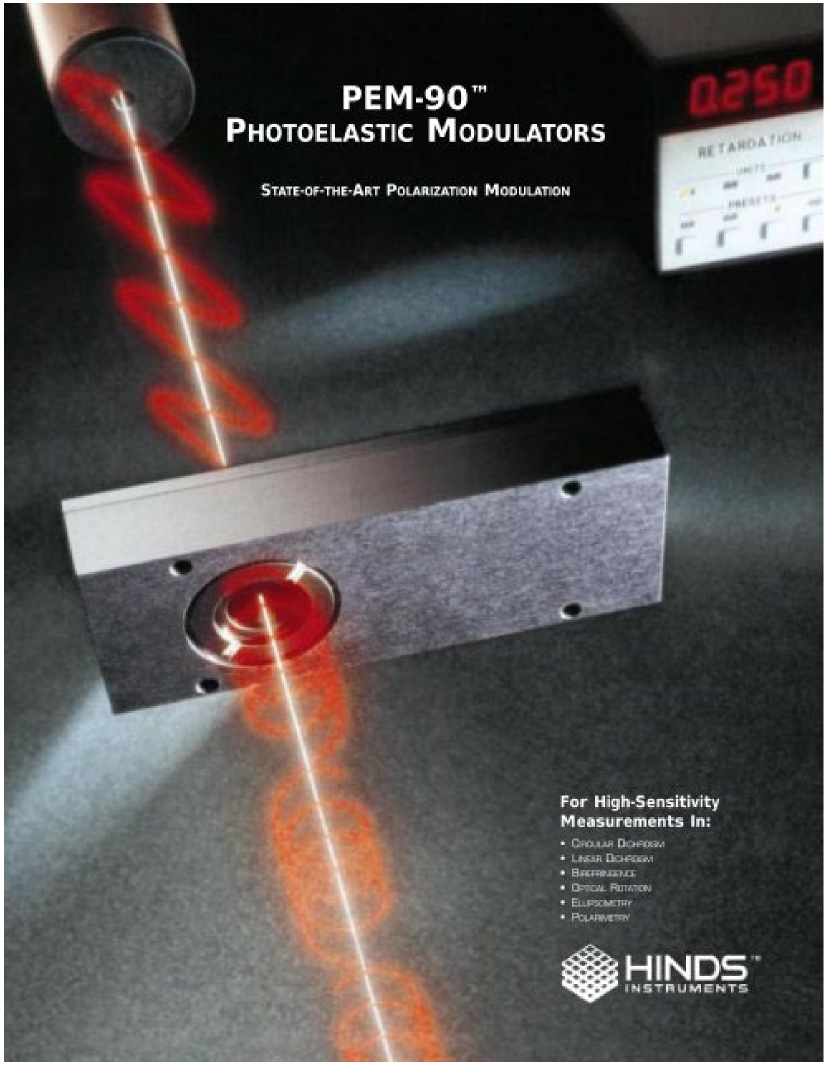

(b) 光学ヘッド構造




(c) λ/2動作 (45度直線偏光入射)




(d) λ/2動作 (45度直線偏光入射)



# Outline

1. 偏光とは何か
    1. 偏光とは 直線偏光と楕円偏光
    2. Poincare sphere
    3. Stokes vectors
    4. Mueller matrix
2. 偏光測定
    1. 光学系
    2. 分光計計測
    3. ロックイン検出
3. 【実習】偏光を測定してみよう
    1. 光学系の組み方
    2. 光学系
    3. 課題

# 光学系の組み方

1. 準備
   実験の目的、必要な精度、測定する物理量の正誤
2. 光学部品の選定
   レンズ　・・・平凸レンズ、両凸レンズ、アクロマティックレンズ
   ミラー　・・・金属ミラー、誘電体多層膜ミラー
   ビームスプリッタ　・・・プレート型、キューブ型
   フィルタ　・・・ハイパス、ローパス、バンドパス、ND
   偏光素子　・・・偏光子、波長板
   マウント・・・固定具、調整ステージ
3. 光学系の設計
   方眼紙上に縮尺図面を描く

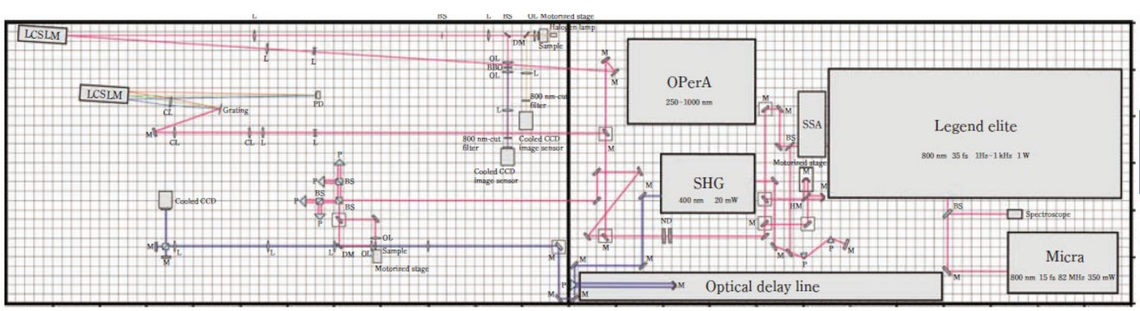



図 2　光学系の全体図．BS：ビームスプリッタ，SSA：シングルショットオートコリレータ，CL：円筒レンズ，ND：減光フィルタ，P：プリズム．

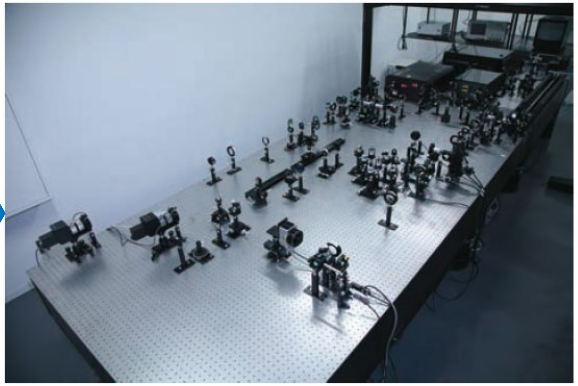
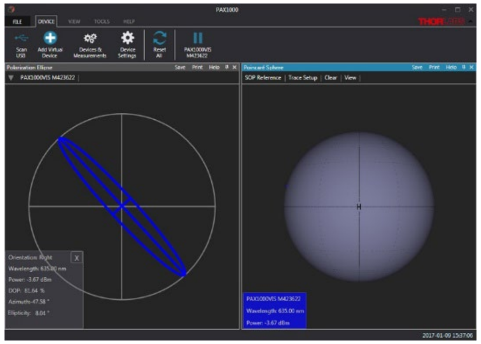


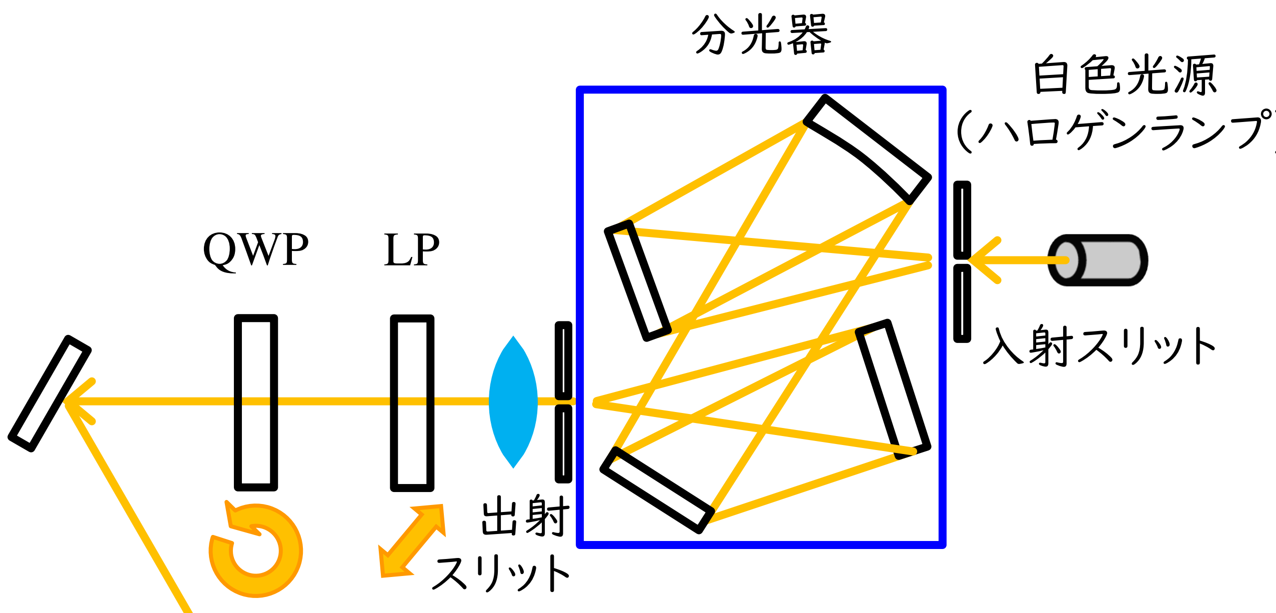
図 3　光学系の写真．

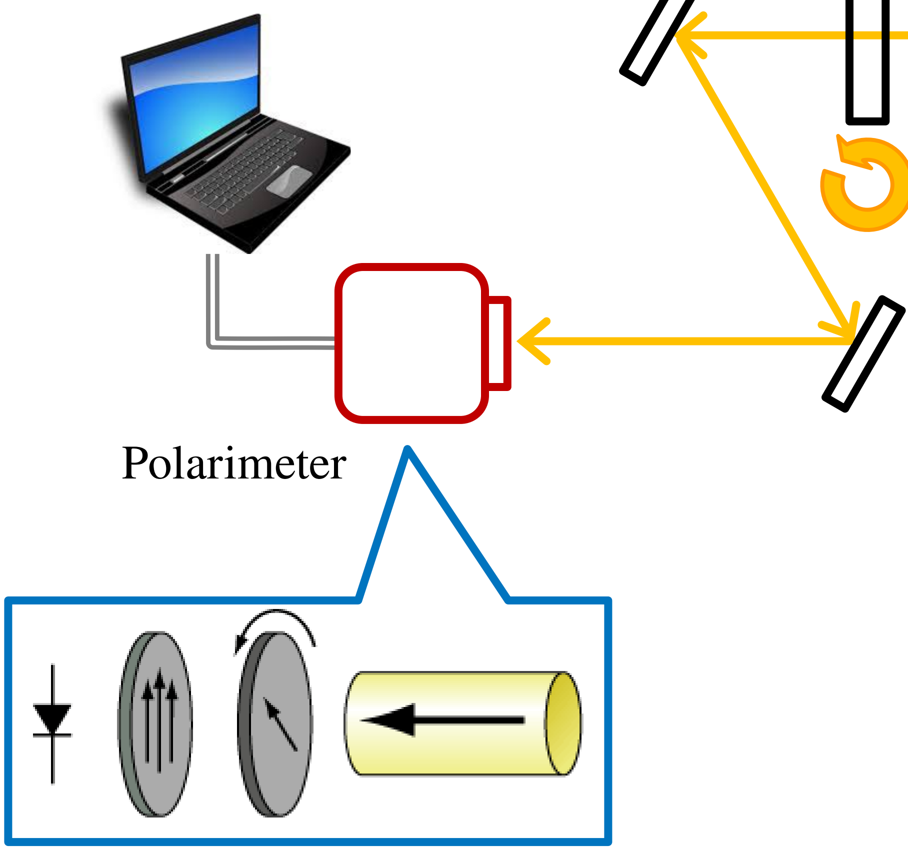
# 光学系の組み方

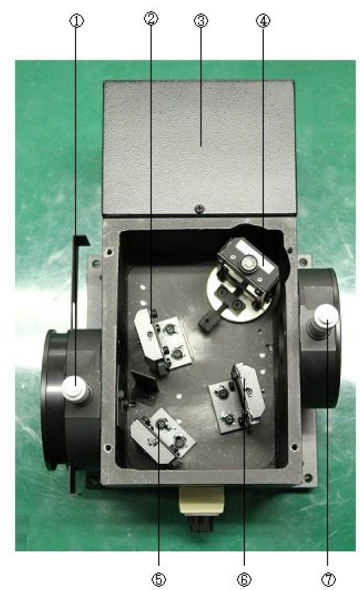
4. レーザー光を使う場合には適合するほぼゴーグルを着用する
5. ビームの高さを決める（調整時はパワーは低く）
   レーザー、ランプからの光源の高さを決める
6. 光学素子を上流（光源）側から配置していく
   （非ぬ方向にレーザーが進んだ場合を考慮してビームストッパーをつかうこと）
   ① レンズ・・・中心を通す、ビーム形状が変化しないように
   ② ミラー・・・中心を通す、ビームの高さが変わらないように
   ③ フィルタ・・・中心を通す
   ④ 偏光素子・・・中心を通す、回転しても光軸がずれないように
   ⑤ マウント・・・ネジ穴があっていない場合は真鍮板を用いる
7. 最後に所望のレーザーパワーに上げて問題ないか確認する
   （検出器には故障の原因になる閾値パワーがあるので注意）

# 実習 光学系





# 本日の課題

1. 光源、分光器、レンズまで組み、Polarimeterに入射する。
2. Polarimeter上のパワーが最大になるように調整する。
3. 直線偏光子を入れる
   ① 直線偏光子の回転によってPoincaré球の赤道上で変化することを確認する
   ② フィルム直線偏光子をPolarimeter上に挿入して、回転によりパワーが消失することを確認する
4. QWPを入れる
   ② QWPを0°に固定し、直線偏光子を0°や90°にしたとき、どのような偏光になるか確認する
   ③ 直線偏光子を45°に固定し、QWPの回転によってPoincaré球の子午線上で変化することを確認する
   ④ 楕円偏光が観測されている状況で、測定されたDOP、DOCPの値から本来の偏光成分のDOCPを求め、Poincaré球上のz座標と比較せよ。