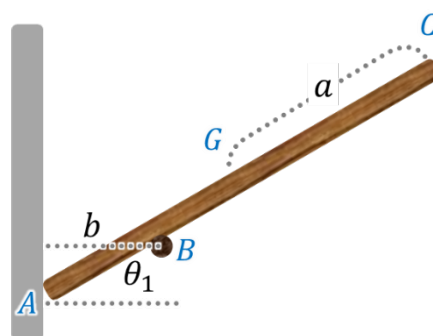


【第 13 回】演習問題 学籍番号 _____ 氏名 _____

[1] 剛体のつり合い (摩擦なし)

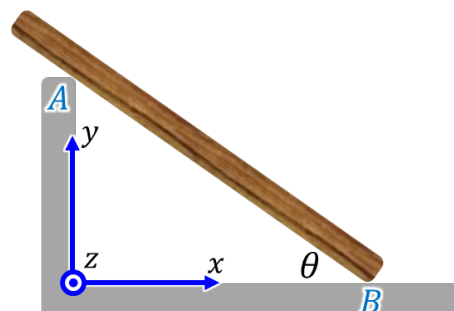
長さ $2a$ 、質量 M の一様な棒が図のように、一端を滑らかな鉛直壁に接し、壁の前 b の距離にある滑らかな水平釘に支えられ、つり合っている。以下の問に答えよ。



- (1) 棒にはたらく重力を $W = Mg$ 、釘の抗力を R 、壁と棒の間にはたらく垂直抗力を N 、棒が水平面となす角を θ_1 とするとき、剛体のつり合いの条件 $\sum_n \mathbf{F}_i = 0$ より力のつり合いの式を示せ。
- (2) 剛体のつり合いの条件 $\sum_n \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = 0$ より A のまわりのつり合いの式を示せ。
- (3) 以上3式から R および N の大きさをもとめよ。
- (4) つりあっているときの θ_1 を求めよ。
- (5) つりあいが保たれる θ_1 の範囲を求めよ。

[2] 剛体のつり合い (摩擦あり)

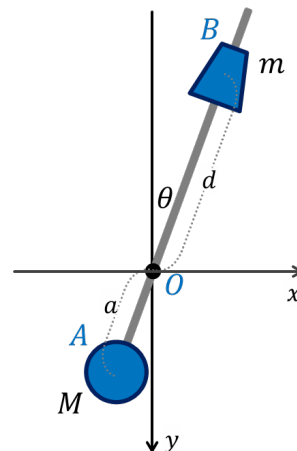
長さ $2l$ 、質量 M の一様な棒が図のように、水平面と高さ h の鉛直壁の上の滑らかな角にかかっている。壁及び床と棒との間の摩擦係数を μ とする。座標を右図のようにとるとき、以下の問に答えよ。



- (1) 棒にはたらく力を図に示せ。ただし、重力を W 、壁と棒の間にはたらく垂直抗力と摩擦力をそれぞれ N_A 、 F_A 、床と棒の間にはたらく垂直抗力と摩擦力をそれぞれ N_B 、 F_B とする。
- (2) 棒にはたらく重力をベクトル表示で $\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 \\ -Mg \\ 0 \end{pmatrix}$ とかくとき、 N_A 、 F_A 、 N_B 、 F_B をベクトル表示で表わせ。ただし、 F_A 、 F_B は N_A 、 N_B および μ を用いて表すこと。
- (3) 剛体のつり合いの条件 $\sum_n \mathbf{F}_i = 0$ より力のつり合いの式を示せ。
- (4) (3)の結果から Mg/N_A を求めよ。
- (5) 剛体のつり合いの条件 $\sum_n \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = 0$ より B のまわりのつり合いの式を示せ。
- (6) (5)の結果から Mg/N_A を求めよ。
- (7) (4)と(6)の結果から、 $\cos \theta \sin^2 \theta$ を求めよ。

[3] 剛体の平面運動 (メトロノーム)

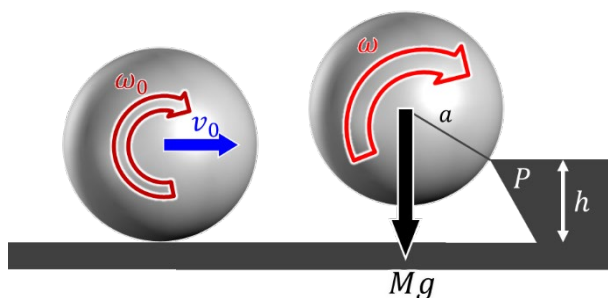
図のように、質量の無視できる長さ l の細い棒が、点 O のまわりに鉛直面内で摩擦なく回転できるものとする。この棒の点 O から下方に距離 a の位置に、質量 M の固定されたおもり A が取り付けられている。また、点 O から上方に距離 d ($0 < d < l - a$) の位置に、質量 m の可動式のおもり B が取り付けられている。鉛直上向きからの傾き角を θ とする。



- (1) この剛体全体 (棒、おもり A 、 B) の慣性モーメント I を求めよ。ただし、2つのおもりを質点として扱ってよい。
- (2) 点 O を原点とし、鉛直下向きを正とする軸を y 軸とする。
この剛体系の重心の $\theta = 0$ での座標 y_G を求めよ。また、このメトロノームが $\theta = 0$ で安定に静止するために d が満たすべき条件を求めよ。
- (3) 角変位 θ に対する剛体の回転の運動方程式をたてよ。
- (4) 微小振動 ($\theta \ll 1$) のとき、このメトロノームの微小振動の周期 T を求めよ。
- (5) d を上にずらすと周期 T は長くなる。このとき、慣性モーメントと力のモーメントはどのように変化するか考察せよ。

[4] 剛体の平面運動 (段差を超える球)

半径 a 、質量 M の球がすべらずに床を転がって高さ h ($0 < h < a$) の段差にぶつかるとする。ただし、球と床・段差の間には滑りが生じず、段差の角は十分に鋭く、球はこの角 P を支点として回転し始めるものとする。



- (1) 球の慣性モーメントを求めよ。(復習)
- (2) いま、球に床から l の点に水平右向きに瞬間的に衝撃力 (力積 $\bar{F}\Delta t$) を加えた。球がすべらずに転がるとき l はいくらか。また、このときの並進速度 v_0 と角速度 ω_0 を求めよ。
- (3) 点 P の周りの球の慣性モーメント I_P を求めよ。(復習)
- (4) 点 P との衝突後の角速度を ω として点 P まわりの角運動量保存の式をたて、 ω を求めよ。
- (5) 球が点 P との衝突直後の回転エネルギーが位置エネルギーよりも大きいとき、球は段差を乗り越える。角速度球が段差を乗り越えるために必要な、最小の力積 $\bar{F}\Delta t_{min}$ を M, g, a, h を用いて表わせ。