

【第 1 2 回】演習問題 学籍番号 _____ 氏名 _____

[1] 重心

次の半径 a の剛体の重心位置を求めよ。

- (1) 半球 (2) 円錐 (高さ h) (3) 扇型 (中心角 α)
(4) 半円板 (5) 円弧 (中心角 α)

[2] 慣性モーメント

次の一様な剛体 (質量 M) の中心軸のまわりの慣性モーメントを求めよ。(1)~(9)は密度を使わず全質量 M で表せ。

- (1) 半径 a の円環 (線密度を ρ_L)
(2) 半径 a の円板 (面密度を ρ_S)
(3) 外半径 a 、内半径 b 、円環 (面密度を ρ_S)
(4) 半径 a 、高さ h の円柱 (密度を ρ)
(5) 半径 a 、高さ h の薄い中空円柱 (面密度を ρ_S)
(6) 外半径 a 、内半径 b 、高さ h の円筒 (密度を ρ)
(7) 半径 a の球 (密度を ρ)
(8) 半径 a の薄い球殻 (面密度を ρ_S)
(9) 外半径 a 、内半径 b の球殻 (密度を ρ)
(10) [難] 中心から半径 $a/2$ までが密度を ρ_1 、その外側の半径 a までが密度を ρ_2 の球

[3] 斜面を転がる円柱

水平面と θ の角をなす斜面上を、質量 M 半径 a の一様な円柱が速度 v で転がっている。円柱と斜面の間には摩擦力があり、円柱は滑ることなく回転するものとする。

- (1) 摩擦力の大きさを f とするとき、重心 G の斜面方向の運動方程式と重心 G まわりの運動方程式をたてよ。
(2) (1)の運動方程式を解き、摩擦力の大きさ f と G の加速度 dv/dt を求めよ。
(3) 重心の運動エネルギーと回転の運動エネルギーを求め、これが位置エネルギーの大きさに等しいこと (すなわち、摩擦力が仕事をしないこと) を示せ。(初速度を 0 とする)
(4) (3)の結果 (力学的エネルギー保存則) を用いて、静止した状態から鉛直方向の高さ H 落ちたときの速度 v_H を求めよ。
(5) 斜面の静止摩擦係数を μ としたとき、円柱が滑ることなく回転する条件 (摩擦力が最大摩擦力以下となる条件) を求めよ。
(6) 斜面の角度を増加させ角度を θ' にすると(4)の条件に反して円柱が滑り落ちた。このとき、動摩擦力がはたらく。動摩擦係数を μ' とするとき、重心の落下速度 v' と円柱の角速度 ω' を求め、斜面との接触点の速度 $u = v' + a\omega$ を求めよ。