

【第 11 回】演習問題 学籍番号 _____ 氏名 _____**[1] 2 質点系の回転の運動方程式**

2 質点系の質点 P_1, P_2 (質量 m_1, m_2) の位置とはたらく外力をそれぞれ、 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ と $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2$ とおく。また、この 2 質点系の重心 G の位置を $\mathbf{r}_G$ とおき、 G を基準点としたときの P_1, P_2 の相対的な位置を $\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2'$ とおく。次の式が成り立つことを示せ。ただし、 $\mathbf{N}$ は P_1, P_2 にはたらく外力のモーメント、 $\mathbf{N}_G, \mathbf{L}_G$ は重心 G にはたらく外力のモーメントと角運動量、 $\mathbf{N}', \mathbf{L}'$ は重心 G に対する P_1, P_2 の相対的な外力のモーメントと角運動量とする。

$$(1) \quad \mathbf{N} = \mathbf{N}_G + \mathbf{N}' \quad (2) \quad \frac{d\mathbf{L}_G}{dt} = \mathbf{N}_G \quad (3) \quad \frac{d\mathbf{L}'}{dt} = \mathbf{N}'$$

[2] 多体系の運動

2 質点系の質点 P_1, P_2 について

$$P_1: \text{質量 } m_1 = 3m_0, \quad \mathbf{r}_1 = [5 \cos t, 5 \sin t, 10 - 2t^2]$$

$$P_2: \text{質量 } m_2 = 5m_0, \quad \mathbf{r}_2 = [-3 \cos t, -3 \sin t, 10 - 2t^2]$$

であるとき、次の問に答えよ。

- (1) 重心 G の位置 $\mathbf{r}_G$ と G に対する P_1, P_2 の相対位置 $\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2'$ を求めよ。
- (2) P_1 と P_2 と G の速度 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_G$ を求め、 G に対する P_1, P_2 の相対速度 $\mathbf{v}_1', \mathbf{v}_2'$ を求めよ。
- (3) P_1 と P_2 と G の加速度 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_G$ を求め、 G に対する P_1, P_2 の相対的加速度 $\mathbf{a}_1', \mathbf{a}_2'$ を求めよ。また、 P_1, P_2 にはたらく外力の総和 $\mathbf{f}$ を求めよ。
- (4) 2 質点系の全運動量 $\mathbf{P}$ と重心の運動量 $\mathbf{P}_G$ の間に $\mathbf{P} = \mathbf{P}_G$ が成り立つことを確認せよ。
- (5) 2 質点系の全運動エネルギー K と重心の運動エネルギー K_G 、重心 G に対する P_1, P_2 の相対運動の運動エネルギー K' の間に $K = K_G + K'$ が成り立つことを確認せよ。

[3] 実体振り子

xy 平面上に重心 G 、質量 M の剛体が原点 O を固定軸として、重力により微小振動するものとする。 $OG = l_0$ 、また、この軸の周りの慣性モーメントを I とし、鉛直軸からの振れ角を θ とおく。次の問に答えよ。

- (1) 力のモーメント N を求め、回転の運動方程式をたてよ。
- (2) 微小振動であるとして運動方程式を解き、 θ および $\dot{\theta}$ の式を求めよ。
- (3) この実体振り子の運動エネルギー K 、位置エネルギー U を求めよ。ただし重心が鉛直軸と重なるときを位置エネルギーの基準にとること。
- (4) 力学的エネルギー $K + U$ が時間に依らない一定値であることを示せ。