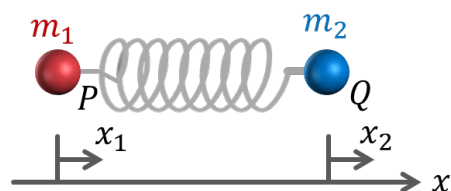


【第 10 回】演習問題 学籍番号 _____ 氏名 _____

[1] 2体問題 (外力なし)

質量 m_1, m_2 の2個の質点 P と Q が、バネ定数 k のバネで結ばれている系を考える。両端の質点の変位を x_1, x_2 とする。



- (1) 2個の質点 P と Q の運動方程式を書け。
- (2) バネの伸びを $x = x_2 - x_1$ とするとき、 x_1, x_2 を m_1, m_2, x を用いて表わせ。
- (3) 個々の質点の運動方程式に変位を代入し、 x に対する運動方程式を導け。ただし、換算質量を μ とせよ。
- (4) 振幅を A 初期位相を δ とし、 x および x_1, x_2 を求めよ。

[2] 2体問題 (制限三体問題)

質量 M の恒星が宇宙空間に固定されているとする。その周りを、質量がそれぞれ m_1, m_2 の2個の惑星 P と Q が運動している。各惑星の位置ベクトルを $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ とし、万有引力定数を G とする。ここで、2つの重心座標 $\mathbf{r}_G$ と、相対座標 $\mathbf{r}$ を以下のように定義する。

$$\mathbf{r}_G = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$$

- (1) $\mathbf{r}_G$ が常に原点 O に一致するとき $|\mathbf{r}_1|:|\mathbf{r}_2|$ を求めよ。また、 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ を $\mathbf{r}$ を用いて表せ。
- (2) 惑星 P の運動方程式を $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ を用いてそれぞれ表せ。
ただし、 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 方向の単位ベクトルをそれぞれ $\mathbf{r}_1/\|\mathbf{r}_1\|, \mathbf{r}_2/\|\mathbf{r}_2\|$ とする。
- (3) P の運動方程式に(1)の結果を代入し、 $\mathbf{r}$ のみの運動方程式を導け。ただし、換算質量 μ を用いてよい。
- (4) 2つの惑星が、相対距離 $\|\mathbf{r}\| = d$ (一定)を保って等速円運動をするとき、すなわち $\mathbf{r} = d\mathbf{e}_r, \ddot{\phi} = 0$ とかけるとき、角速度 ω を求めよ。

[3] 角運動量と力のモーメント

質量 m の等しい3つの質点 A, B, C が xy 平面上の3点 $(2, 0), (-2, 0), (0, 3)$ から速度 v でそれぞれ $+x$ 方向、 $-x$ 方向、 $+y$ 方向に動き出したとき、

- (1) 時刻 t における重心の座標を求めよ。
- (2) 固定座標系における運動エネルギー K を求めよ。
- (3) 重心の運動エネルギー K_G を求めよ。
- (4) 以上より、重心に相対的な運動エネルギー $K' = K - K_G$ を求めよ。
- (5) 各点の重心に対する相対速度から相対的な運動エネルギーをもとめ、(4)の結果と一致することを示せ。