

【第9回】演習問題 学籍番号 _____ 氏名 _____

[1] ベクトルの外積の計算

$A = [2, -1, 3]$, $B = [1, 4, 1]$ のとき

- (1) $A \times A$, $A \times B$ を計算しなさい。
- (2) $(A + 2B) \times (2A - B)$ を計算しなさい。
- (3) $C = [3, -1, 2]$ とするとき、 A, B, C を3辺とする平行六面体の体積を求めよ。

[2] ベクトルの外積の性質

- (1) ベクトル3重積の式 $A \times (B \times C) = (A \cdot C)B - (A \cdot B)C$ を証明せよ。
- (2) ベクトルの外積の微分について次式を証明せよ。

$$\frac{d(A \times B)}{dt} = \frac{dA}{dt} \times B + A \times \frac{dB}{dt}$$

- (3) 次の式を証明せよ。

- ① $\|A \times B\|^2 + (A \cdot B)^2 = A^2 B^2$ ② $(A + B) \times (A - B) = 2(B \times A)$
- ③ $(A - B) \times (B - C) = A \times B + B \times C + C \times A$

[3] 角運動量と力のモーメント

運動する質点 m の物体 P の変位ベクトル r が以下で与えられるとき、角運動量と力のモーメントを求め、回転の運動方程式が成り立つことを示せ。

- (1) $r = [2t^2, 1 - 2t, t^2]$ (2) $r = [\cos t, \sin t, 2t]$

[4] 角運動量

てこの支点から 1.0 m のところに質量 200 kg の岩がのっている。てこは水平から 30° 傾いている。反対側の支点から 2.5 m のところに力を加えて岩を持ち上げようとする。

- (1) 持ち上げるのに必要最小限のトルク(力のモーメント)の大きさはいくらか。
- (2) 力を鉛直に加えるとき必要最小限の力の大きさはいくらか。
- (3) 力を水平に加えるとき最初の時点での必要最小限のちからの大きさはいくらか。

[5] 角運動量と力のモーメント

長さ l の糸で支点 A から吊るされた質量 m のおもりが、糸と鉛直方向との間の角度を θ を保ちながら、水平面内で等速円運動をしている円錐振り子がある。円軌道の中心を O とする。おもりは支点側から見て反時計回りに速度 v で進んでいる。

- (1) O のまわりのおもりの角運動量 $L_O(t)$ の大きさを v を使って表わし、向きを図示せよ。
- (2) 時刻 t における A のまわりのおもりの角運動量 $\|L_A(t)\|$ を求め、向きを図示せよ。
- (3) $d(L_A(t))/dt$ の向きを図示し、その大きさを求めよ。