

【第 5 回】演習問題 学籍番号 _____ 氏名 _____

[1] 定数係数 2 階 非同次 線形 常微分方程式

次の微分方程式の一般解を求めよ。

(1) $\ddot{x} - 4\dot{x} - 5x = 5t + 6$ (2) $\ddot{x} + 4x = \sin 3t$ (3) $\ddot{x} - 2\dot{x} + x = e^{3t}$

[2] 斜面の運動

水平と角度 θ をなす粗い斜面上に質量 m の物体が置いてある。物体と斜面の静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 物体が斜面上に止まっているための最大角度 θ_f を求めよ。
- (2) 角度が $\theta_f > \theta$ のとき、物体を初速 v_0 で斜面上向きに滑り出させる。速度が 0 になるまでに進む斜面上の距離をもとめよ。
- (3) 角度が $\theta_f < \theta$ のとき、物体を初速 v_0 で斜面上向きに滑り出させる。物体が最初の位置に戻るまでの時間はいくらか。

[3] 単振動

質量 $m = 9$ [kg] のおもりをばね定数 k のバネに取り付けた水平ばね振り子の変位 x が

$$x(t) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

で表されるとき、

- (1) $x(t)$ の表式からこの単振動の(i)振幅、(ii)角振動数、(iii)周期、(iv)振動数を求めよ。
- (2) この単振動の速度 $v(t)$ と加速度 $a(t)$ を求め、 $a(t)$ を $x(t)$ で表せ。
- (3) 角振動数からばね定数 k [N/m] の値を求めよ。
- (4) この単振動の全力学エネルギー $E (= K + U)$ を求めて、一定であることを示せ。

ただし、 $K = \frac{1}{2}mv^2$ (運動エネルギー)、 $U = \frac{1}{2}kx^2$ (弾性エネルギー) とする。

[4] 単振り子

- (1) 長さ l [m] の単振り子の周期が T であるとき、長さを Δl だけ増加させたとき、周期の変化はいくらか。
- (2) 周期 2 秒の振り子時計がある。重力加速度を $g = 9.80$ [m/s²] のとき、振り子の長さはいくらか。
- (3) (2)の振り子において、振り子の長さを 1 mm 長くすると 1 日に何秒遅れるか。
- (4) (2)の振り子において、1 日に 9 秒遅れるとき、長さをどの様に調整すればよいか。