

【第 4 回】演習問題 学籍番号 _____ 氏名 _____**[1] 微分方程式 (変数分離形)**

(1) $\frac{dx}{dt} = 2t(2x + 1)$

(2) $\frac{dx}{dt} = \sin t \cdot \cos^2 x$

(3) $\frac{dx}{dt} = e^{2t} \cdot \tan x$

(4) $\frac{dx}{dt} = (3t^2 + 1)(x^2 - 1)$

[2] 定数係数 2階 同次 線形 常微分方程式

(1) $\frac{d^2x}{dt^2} - 3\frac{dx}{dt} + 2x = 0$

(2) $\frac{d^2x}{dt^2} + x = 0$

(3) $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} + x = 0$

(4) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 4x = 0$

[3] 自由落下

地面から高さ h のところから、時刻 $t = 0$ で質量 m のボール A を鉛直上向きに初速 v_0 で投げ上げた。空気の抵抗は無視する。

- (1) ボール A が地面に衝突するまでのボールの位置と速度を時刻 t の関数で表せ。
- (2) ボールが最高点に達するまでの時間 T_1 と地面につく時間 T_2 を求めよ。
- (3) $t = T_1$ に高さ h から鉛直上向きに質量 m のボール B を $3v_0$ で投げ上げた。ボール A と B が衝突する高さ H を求めよ。
- (4) ボール B の投げ上げる速度を調整して両者が同時に地面につくとなるとボール B の初速を v_0 の何倍にすればよいか。

[4] 空気抵抗がはたらく運動

- (1) 風のない空气中を質量 m [kg] の雨滴が落下している。鉛直下向きを x 軸正の向きとすると、雨滴は、速さ v [m/s] に比例する大きさ cv [N] の抵抗力を、 x 軸負の向きに受ける。雨滴の初速度を 0 [m/s] として、速度の式 v を求めよ。
- (2) 雨滴の空気抵抗係数 c は雨滴の半径 r [m]、空気の粘性定数 μ [kg/m $\cdot$ s] として $c = 6\pi\mu r$ で表される。雨滴の密度を ρ [kg/m 3] とすると、終端速度が半径の 2 乗に比例することを示せ。
- (3) $\mu = 1.8 \times 10^{-5}$ [kg/m $\cdot$ s], $\rho = 103$ [kg/m 3] としたとき、雲粒 (半径 0.01 mm) の終端速度を求めよ。