

【第 1 回】演習問題 学籍番号 _____ 氏名 _____

[1] ベクトルの内積

平面上の線分 AB を 1:2 に内分する点を P とおく。

A, B, P の位置ベクトルをそれぞれ $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{p}$ とする。 $\mathbf{p}$ を $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ で表せ。また、

$$\|\mathbf{a}\| = 2, \|\mathbf{b}\| = 1, \|\mathbf{p}\| = \frac{\sqrt{19}}{3}$$

であるとき、 $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ のなす角 θ の余弦を求めよ。

[2] 球面座標と円柱座標

- (1) 球面座標系において $(r, \theta, \varphi) = \left(4, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right)$ である点の直交座標を求めよ。
- (2) 円筒座標系において $(r, \varphi, z) = \left(2\sqrt{2}, \frac{7\pi}{6}, 3\right)$ である点の直交座標を求めよ。
- (3) 直交座標系において $(x, y, z) = (-1, \sqrt{3}, 2)$ である点の球面座標を求めよ。
- (4) 直交座標系において $(x, y, z) = (-1, \sqrt{3}, 2)$ である点の円筒座標を求めよ。

[3] 微分の復習

次の時刻 t における関数 r の 1 階微分 $\dot{r}$ および 2 階微分 $\ddot{r}$ を求めよ。

- | | |
|-------------------------|---------------------|
| (1) $r = t^2 + 1$ | (2) $r = \sin 2t$ |
| (3) $r = \cos \pi t$ | (4) $r = e^{it}$ |
| (5) $r = \log(2t + 1)$ | (6) $r = t \sin 2t$ |
| (7) $r = \log(t^2 + 1)$ | |

[4] ベクトルの微分

- (1) $\mathbf{f}(t) = [\cos 2t, \sin 2t, t^2]$ の t での 1 階微分 $\dot{\mathbf{f}}$ および 2 階微分 $\ddot{\mathbf{f}}$ を求めよ。
- (2) $\mathbf{f}(t) = [t^2, 2t]$ と $\mathbf{g}(t) = [-t, t^2]$ において

$$(\mathbf{f} \cdot \mathbf{g})' = \mathbf{f}' \cdot \mathbf{g} + \mathbf{f} \cdot \mathbf{g}'$$

が成り立つことを確かめよ。

- (3) $\mathbf{f}(t) = [\cos 2t, t \sin 2t, t^2]$ と $\mathbf{g}(t) = [t \cos 2t, \sin 2t, 2t]$ において

$$(\mathbf{f} \cdot \mathbf{g})' = \mathbf{f}' \cdot \mathbf{g} + \mathbf{f} \cdot \mathbf{g}'$$

が成り立つことを確かめよ。