力学 I

（第13回）剛体（3）

【今日の内容】

- 剛体の静力学
- 剛体の平面運動

担当教員：西沢望（S-301）：nishizawa.nozomi@kitasato-u.ac.jp

【前回の復習】

剛体の z 軸まわりの慣性モーメント I_z

$$I_z = \sum_i m_i\,({x_i}^2 + {y_i}^2) = \int \rho(\boldsymbol{r})(x^2 + y^2)\,dV$$

慣性モーメントの求め方

1. (全質量 M) = (密度 ρ) × (体積 V) から密度と体積の関係を求める。
2. 線分要素 (ds)、面積要素 (dS) 、体積要素 (dV) を求める。
3. 回転軸からみた要素までの距離の2乗 ξ^2 または $(x^2 + y^2)$ を求める。
4. 慣性モーメントの式 (↑) に代入して積分を実行する。

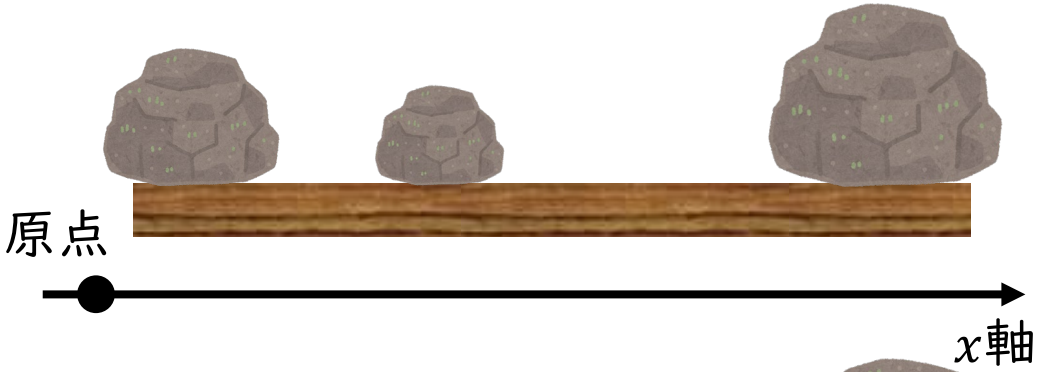
質量中心を通らない軸の慣性モーメント

$$I_z = Mh^2 + I_G$$

【前回に補強】重心の求め方（多体系）

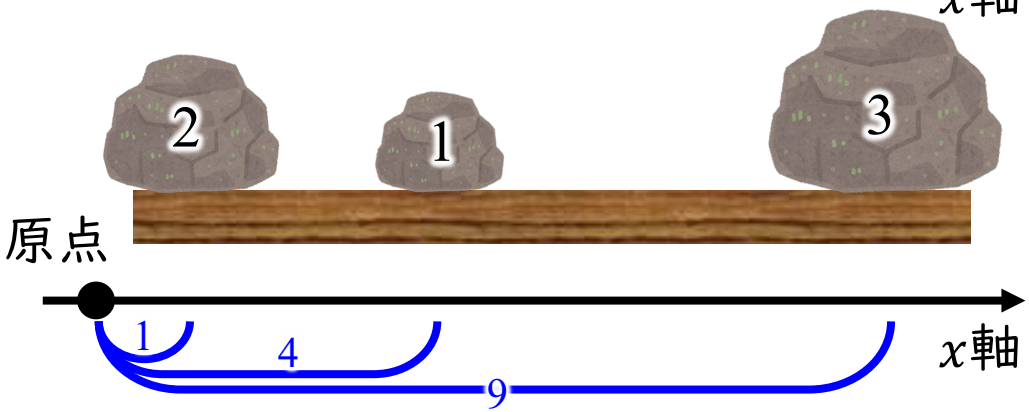
重心を知るためには

① 重心があるだろう軸上に
原点（どこでもいい）をおく



② （原点から各質点までの距離）
×
（各質点の質量）

(2×1)　(1×4)　(3×9)

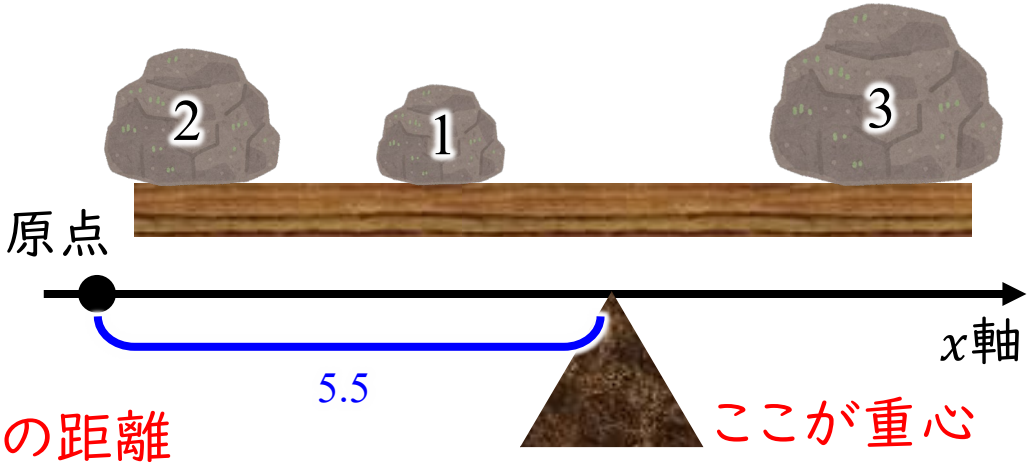


③ 和をとる

$$2 \times 1 + 1 \times 4 + 3 \times 9 = \mathbf{33}$$

④ その和を全体の質量で割る

$$\frac{\mathbf{33}}{\mathbf{2+1+3}} = \frac{33}{6} = 5.5$$



原点から重心の距離

【前回に補強】重心の求め方（連続体）

重心を知るためには

① 重心があるだろう軸上に原点（どこでもいい）をおく

② （原点から各質点までの距離）×（各質点の質量）

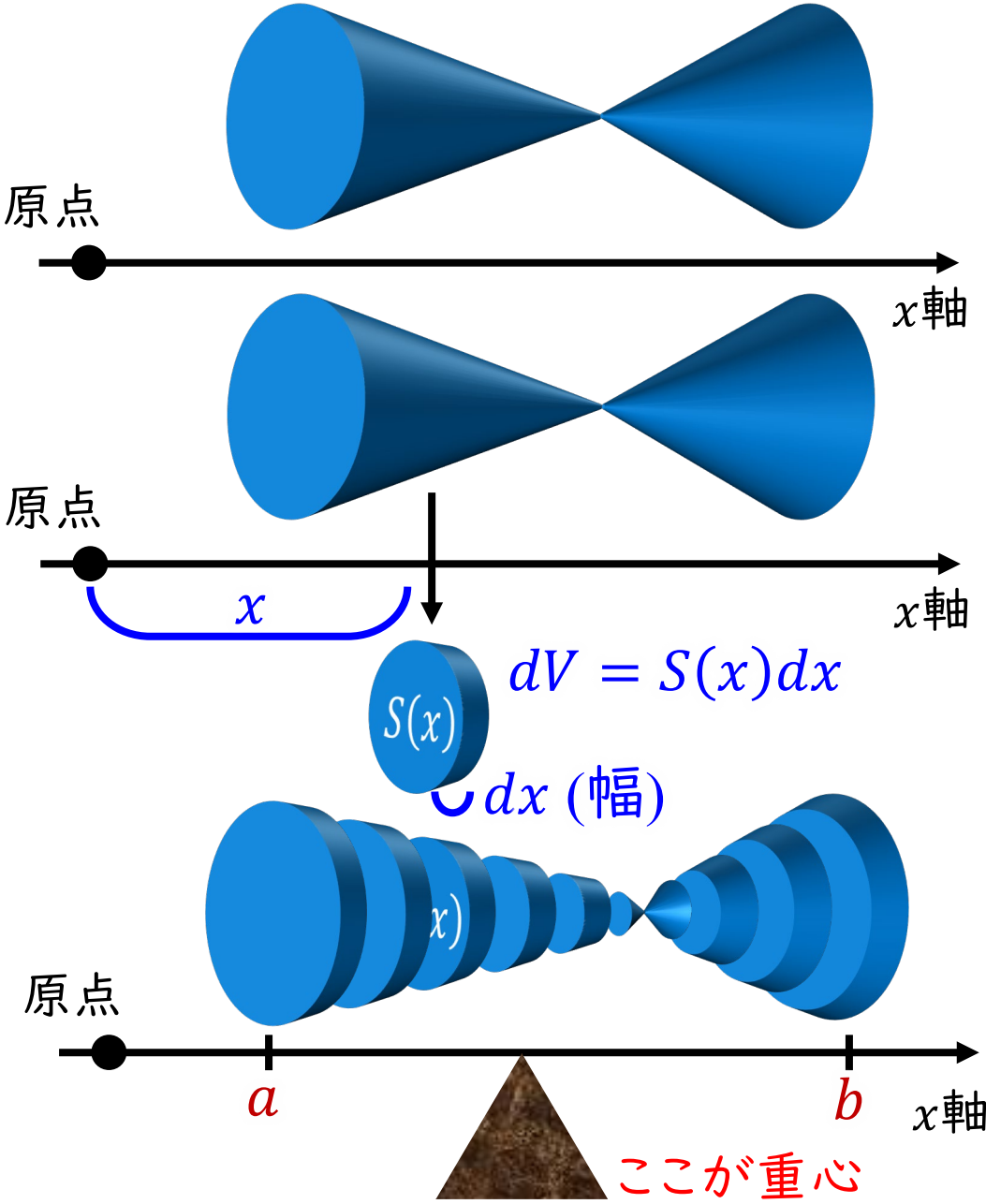
$$x \times \underbrace{\rho dV}_{\text{軸方向の微小体積の質量}} = x \times \rho S(x) dx$$

③ 和をとる

$$\int_a^b x \times \rho S(x)\, dx$$

④ その和を全体の質量で割る

$$\frac{\int_a^b x \times \rho S(x)\, dx}{M} = \text{原点から重心の距離}$$



剛体のつり合い

多体系の運動方程式

質量中心の運動方程式 $$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = M\ddot{\boldsymbol{r}}_G = \sum_n \boldsymbol{F}_i$$

回転の運動方程式 $$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{N}$$

剛体がつり合っているとき、$\ddot{\boldsymbol{r}}_G = 0, \frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = 0$ であるから

$$\sum_n \boldsymbol{F}_i = 0 \qquad \sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = 0$$

成分で表すと

$$\begin{cases} \sum_n F_{x_i} = 0 \\ \sum_n F_{y_i} = 0 \\ \sum_n F_{z_i} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \sum_n \left(y_i F_{z_i} - z_i F_{y_i}\right) = 0 \\ \sum_n \left(z_i F_{x_i} - x_i F_{z_i}\right) = 0 \\ \sum_n \left(x_i F_{y_i} - y_i F_{x_i}\right) = 0 \end{cases}$$

全て平面内ならば

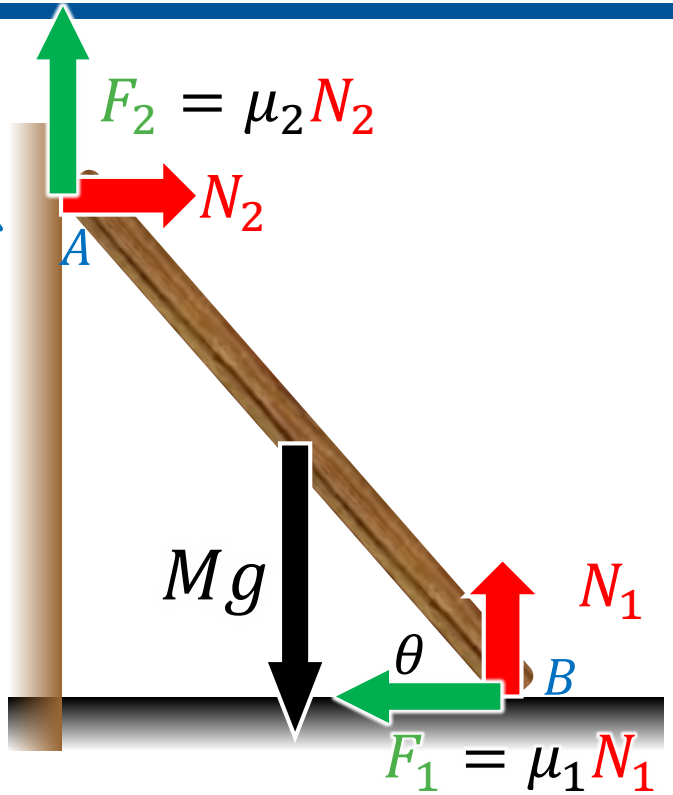
$$\begin{cases} \sum_n F_{x_i} = 0 \\ \sum_n F_{y_i} = 0 \\ \sum_n \left(x_i F_{y_i} - y_i F_{x_i}\right) = 0 \end{cases}$$

剛体のつり合いの例

テンセグリティ構造

例題1：剛体のつり合い

質量 M 長さ $2a$ の一様な棒を水平な床の上から鉛直な壁に立てかける。棒を傾けていくとき、水平とつくる角がどれだけになると滑り出すか。棒と床、棒と壁の間の摩擦係数を μ_1, μ_2 とする。



滑り始めるとき、棒の端両方において最大摩擦力の状態になっている。したがって、はたらく力は

$$N_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ N_1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad F_1 = \mu_1 N_1 = \begin{pmatrix} -\mu_1 N_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$N_2 = \begin{pmatrix} N_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad F_2 = \mu_2 N_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \mu_2 N_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$W = \begin{pmatrix} 0 \\ -Mg \\ 0 \end{pmatrix}$$

つり合いの条件により

$$\sum_n \boldsymbol{F}_i = 0$$

$$N_2 - \mu_1 N_1 = 0$$

$$N_1 + \mu_2 N_2 - Mg = 0$$

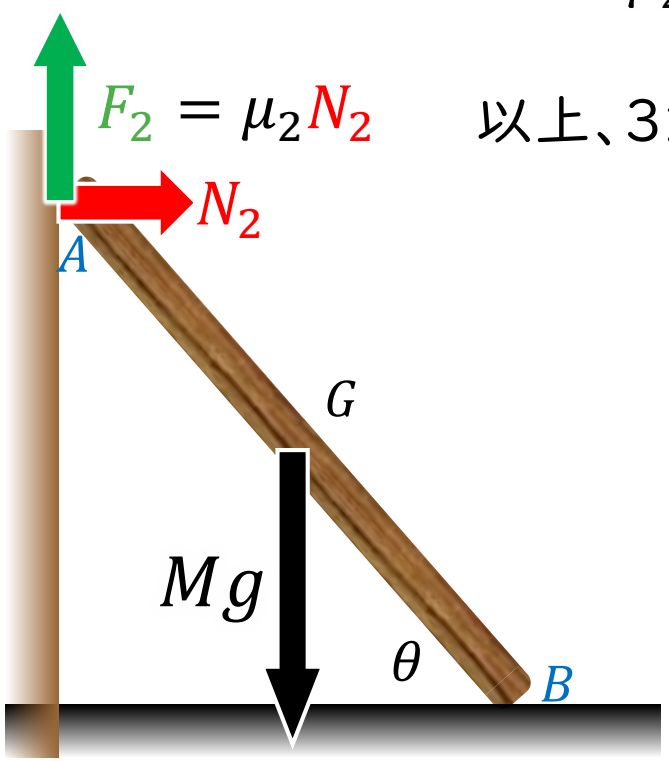
$\sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = 0$　Bを回転中心とすると　$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AG} = \begin{pmatrix} -2a\cos\theta \\ 2a\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ -2a\cos\theta & 2a\sin\theta & 0 \\ N_2 & \mu_2 N_2 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ -a\cos\theta & a\sin\theta & 0 \\ 0 & -Mg & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-2a\cos\theta \cdot \mu_2 N_2 - 2a\sin\theta \cdot N_2)\boldsymbol{e}_z + a\cos\theta \cdot Mg\boldsymbol{e}_z$$

$$\therefore 2\mu_2 N_2 a\cos\theta + 2N_2 a\sin\theta = Mga\cos\theta$$

← 力のつり合いから導かれる式と同義



以上、3式を解くと

$$N_1 = \frac{1}{(1+\mu_2\mu_1)}Mg \qquad N_2 = \frac{\mu_1}{(1+\mu_2\mu_1)}Mg$$

$$N_2(2\mu_2\cos\theta + 2\sin\theta) = Mg\cos\theta$$

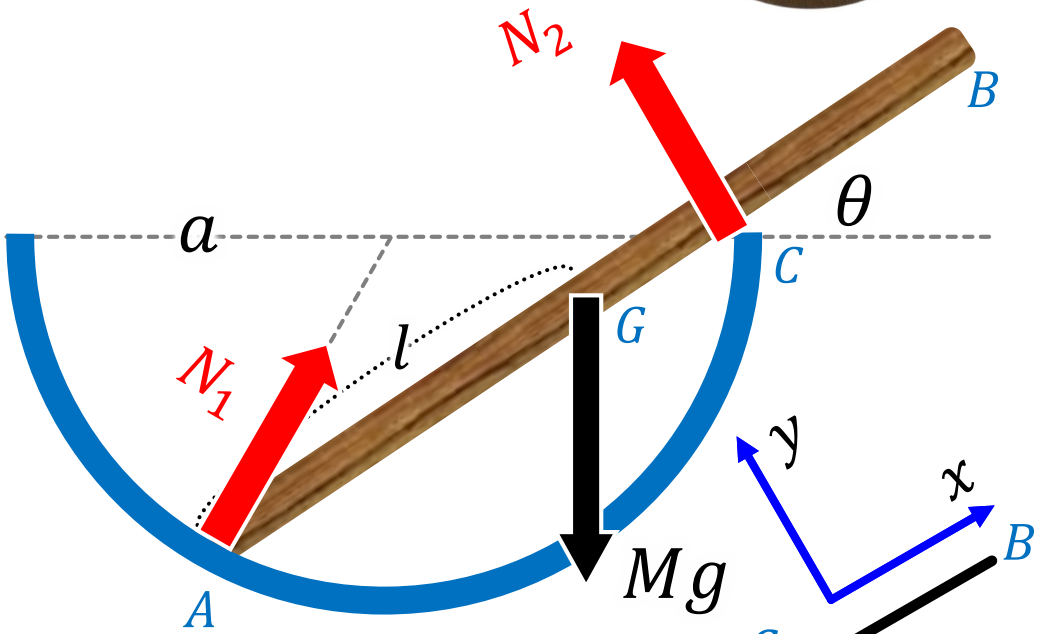
$$\tan\theta = \frac{1-\mu_2\mu_1}{2\mu_1}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$$

例題2：剛体のつり合い

半径 a の滑らかな内面を持った半球殻の容器が固定されている。長さ $2l$ 質量 M の棒を右の図のように半球殻のふちにのせてつり合っている。

右図のように球殻内面上にある
棒の端 A での抗力を N_1
球殻のふち C での抗力を N_2
重心を G とする

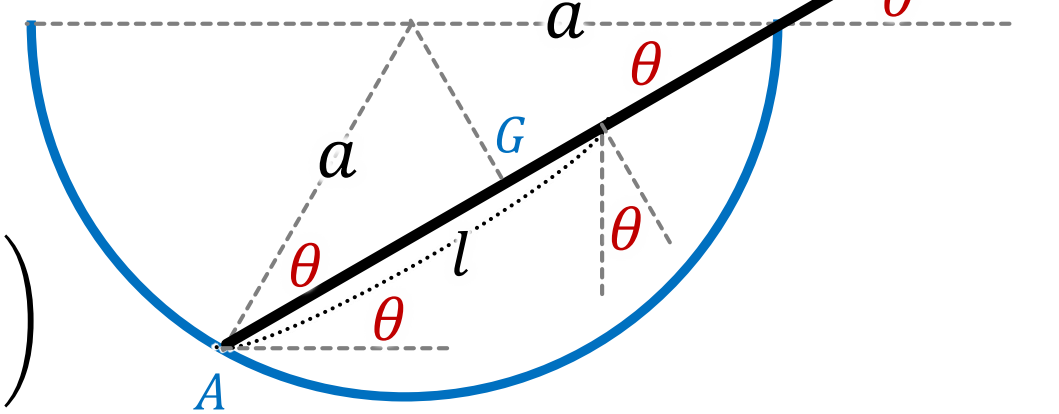


このとき、$GC = 2a\cos\theta - l$

重心を原点とすると、はたらく力は

$$N_1 = \begin{pmatrix} N_1\cos\theta \\ N_1\sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ N_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

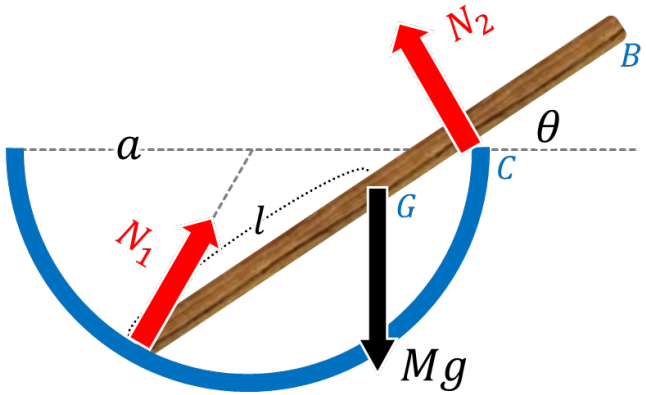
$$Mg = \begin{pmatrix} -Mg\sin\theta \\ -Mg\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{GA} = \begin{pmatrix} -l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



つり合いの条件により

$$\sum_n \boldsymbol{F}_i = 0 \quad N_1 \cos\theta - Mg\sin\theta = 0$$

$$N_1 \sin\theta + N_2 - Mg\cos\theta = 0$$



$$\sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = 0$$

Gを回転中心とすると

$$\sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ -l & 0 & 0 \\ N_1\cos\theta & N_1\sin\theta & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ 2a\cos\theta - l & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-l \cdot N_1 \sin\theta\ )\boldsymbol{e}_z + (2a\cos\theta - l\ ) \cdot N_2 \boldsymbol{e}_z$$

$$\therefore N_1 l \sin\theta - N_2(2a\cos\theta - l\ ) = 0$$

以上より

$$\begin{cases} N_1 \cos\theta - Mg\sin\theta = 0 & ① \\ N_1 \sin\theta + N_2 - Mg\cos\theta = 0 & ② \\ N_1 l \sin\theta - N_2(2a\cos\theta - l\ ) = 0 & ③ \end{cases}$$

①、②式より

$$N_1 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} Mg$$

$$N_2 = \frac{2\cos^2\theta - 1}{\cos\theta} Mg$$

これらを③式に入れると

$$4a\cos^2\theta - l\cos\theta - 2a = 0$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{l + \sqrt{l^2 + 32a^2}}{8a} \quad (> 0)$$

このとき

$$N_1 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} Mg = \frac{8a}{l + \sqrt{l^2 + 32a^2}} \frac{\sqrt{32a^2 - 2\sqrt{l^2 + 32a^2} - 2l^2}}{8a} Mg$$

$$= \underline{\frac{\sqrt{32a^2 - 2\sqrt{l^2 + 32a^2} - 2l^2}}{l + \sqrt{l^2 + 32a^2}} Mg}$$

$$N_2 = \frac{2\cos^2\theta - 1}{\cos\theta} Mg = \frac{1}{2a} \frac{4a\cos^2\theta - 2a}{\cos\theta} Mg$$

$$= \frac{1}{2a} \frac{l\cos\theta}{\cos\theta} Mg = \underline{\frac{l}{2a} Mg}$$

例題2：剛体のつり合い（成立条件）

この事象が成り立つための棒の長さ $(2l)$ の条件は

i) C が GB より外に出ないこと

$$0 \leq 2a\cos\theta - l \leq l$$

$$l \leq 2a \cdot \frac{l + \sqrt{l^2 + 32a^2}}{8a} \leq 2l$$

$$4l \leq \left(l + \sqrt{l^2 + 32a^2}\right) \leq 8l$$

$$3l \leq \sqrt{l^2 + 32a^2} \leq 7l$$

$$9l^2 \leq l^2 + 32a^2 \leq 49l^2$$

$$l^2 \leq 4a^2 \leq 6l^2$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{3}a \leq 2l \leq 4a$$

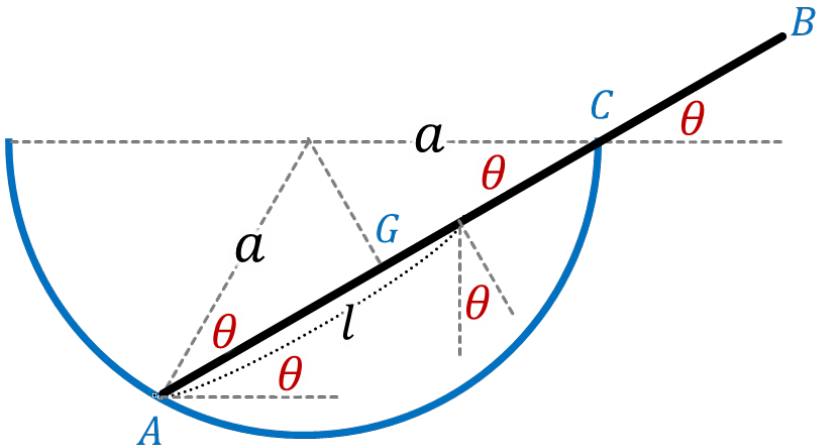
ii) $\cos\theta$ が 1 を越えないこと

$$\cos\theta = \frac{l + \sqrt{l^2 + 32a^2}}{8a} \leq 1$$

$$l + \sqrt{l^2 + 32a^2} \leq 8a$$

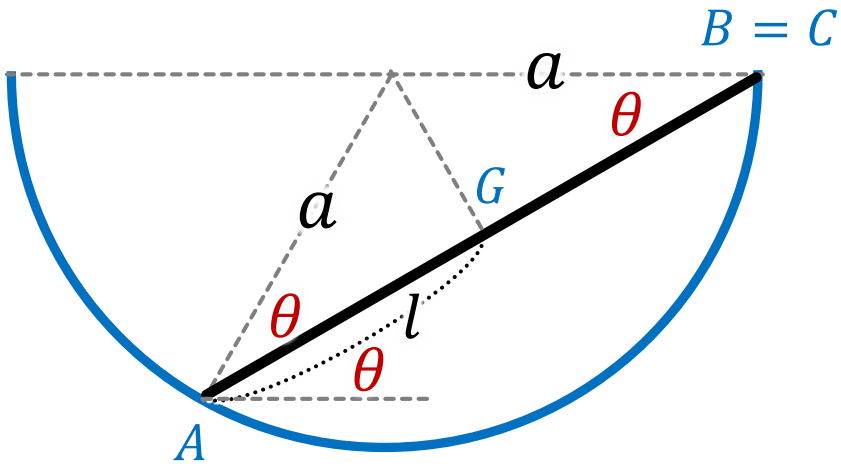
$$2l \leq 4a$$

以上より、$\frac{2\sqrt{6}}{3}a \leq 2l \leq 4a$



静止するためのお箸の長さ（l）とお椀の直径（a）の関係

$$\boxed{\frac{2\sqrt{6}}{3}a \leq 2l \leq 4a}$$

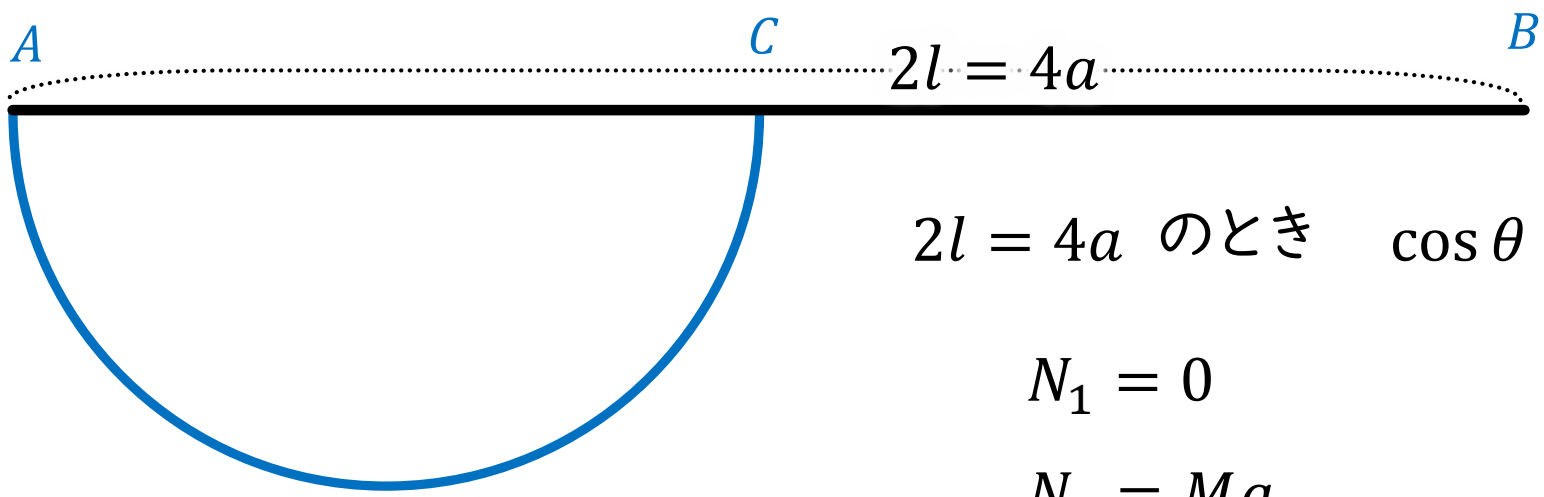


$2l = \frac{2\sqrt{6}}{3}a$ のとき　$l = 2a\cos\theta$

$\approx 1.633\cdots$　　$\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{6}$

$$N_1 = \sqrt{5}Mg$$

$$N_2 = \frac{\sqrt{6}}{6}Mg$$



$2l = 4a$ のとき　$\cos\theta = 1$

$$N_1 = 0$$

$$N_2 = Mg$$

例題3：ふちに摩擦がある場合（中に落ちる箸）

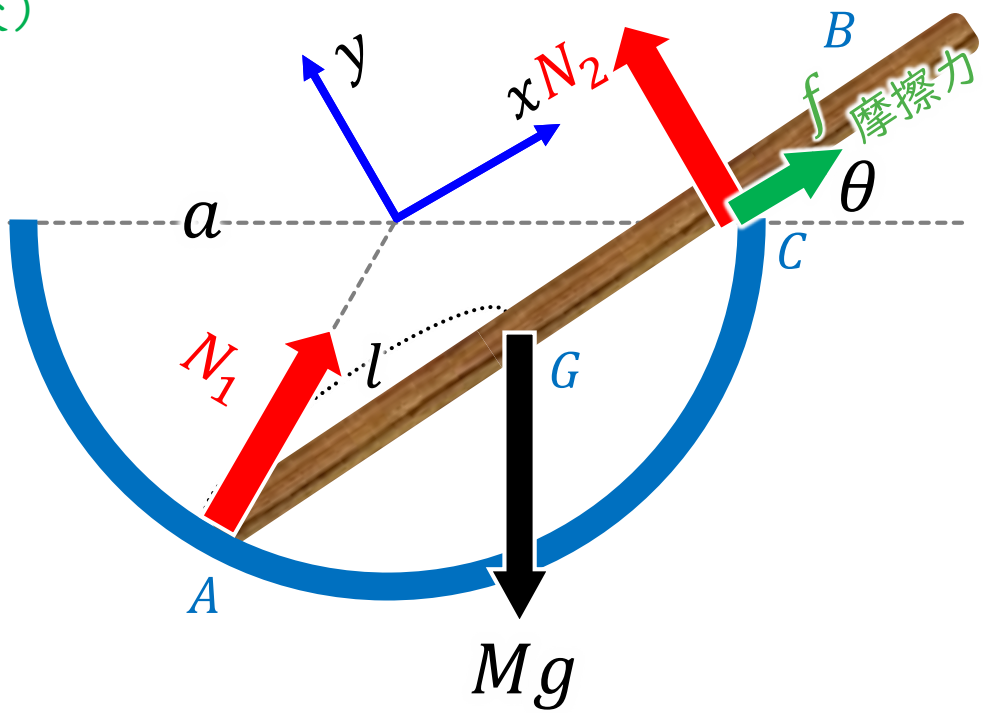
前問において棒の長さが条件よりも短く、
ふち C にのみ静止摩擦力 f_C がはたらくとする。
このとき、滑り出す直前に最大摩擦力 $f_C = \mu N_2$ となる。

摩擦力の向きは棒に平行で外向きとなる。
（動き出す方向の逆、もしくは垂直抗力と直交）

重心を原点とすると、はたらく力は

$$N_1 = \begin{pmatrix} N_1 \cos\theta \\ N_1 \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad N_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ N_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Mg = \begin{pmatrix} -Mg \sin\theta \\ -Mg \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} \qquad f = \begin{pmatrix} f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



つり合いの条件により

$$\sum_n \boldsymbol{F}_i = 0$$

$$N_1 \cos\theta + f - Mg \sin\theta = 0$$

$$N_1 \sin\theta + N_2 - Mg \cos\theta = 0$$

$\sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = 0$　　Gを回転中心とすると

$$\sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ -l & 0 & 0 \\ N_1 \cos\theta & N_1 \sin\theta & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ 2a\cos\theta - l & 0 & 0 \\ f & N_2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-l \cdot N_1 \sin\theta\ )\boldsymbol{e}_z + (2a\cos\theta - l\ ) \cdot N_2 \boldsymbol{e}_z$$

$$\therefore N_1 l \sin\theta - N_2(2a\cos\theta - l\ ) = 0$$

動き出そうとしているので、fは最大摩擦力であるから　$f = \mu N_2$

以上より

$$\begin{cases} N_1 \cos\theta + \mu N_2 - Mg\sin\theta = 0 & ① \\ N_1 \sin\theta + N_2 - Mg\cos\theta = 0 & ② \\ N_1 l \sin\theta - N_2(2a\cos\theta - l\ ) = 0 & ③ \end{cases}$$

②と③より

$$N_1 = \frac{2a\cos\theta - l}{2a\sin\theta} Mg \qquad N_2 = \frac{l}{2a} Mg$$

これらを③式に入れると

$$\frac{2a\cos\theta - l}{2a\sin\theta}\cos\theta + \mu\frac{l}{2a} - \sin\theta = 0$$

$$(2a\cos\theta - l)\cos\theta + \mu l\sin\theta - 2a\sin^2\theta = 0$$

$$2a\cos^2\theta - 2a\sin^2\theta = l(\cos\theta - \mu\sin\theta)$$

$$\boxed{\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{l}{2a}(\cos\theta - \mu\sin\theta)}$$

滑り始める角度の満たす式

ここで $l = a\cos\theta$（容器の中に入ってしまった）の場合

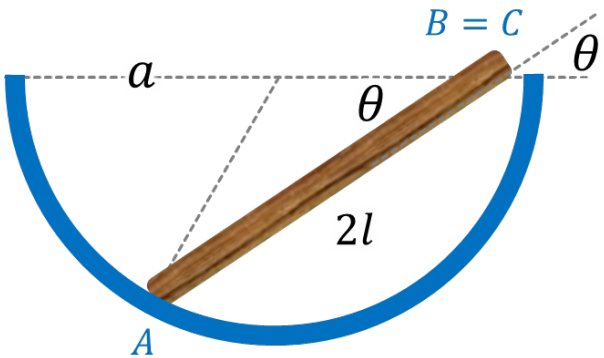
$$\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{\cos\theta}{2}(\cos\theta - \mu\sin\theta)$$

$\cos^2\theta$で割ると

$$1 - \tan^2\theta = \frac{1}{2}(1 - \mu\tan\theta)$$

$$2\tan^2\theta - \mu\tan\theta - 1 = 0$$

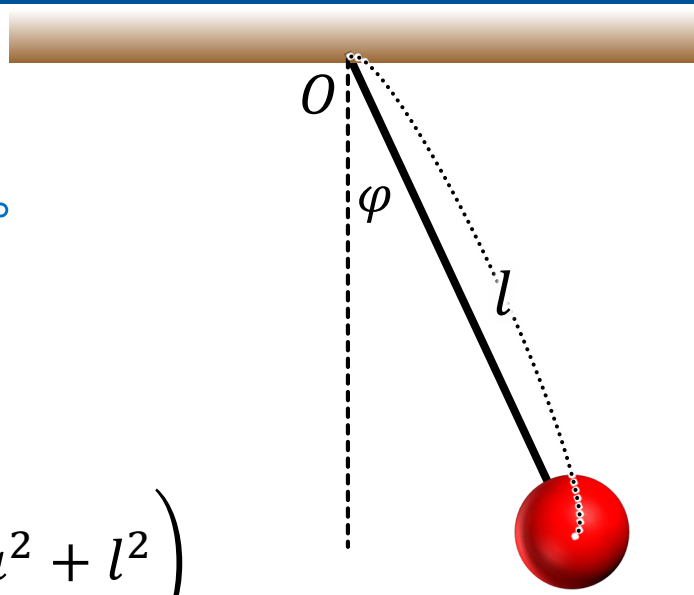
$$\therefore \tan\theta = \frac{\mu + \sqrt{\mu^2 + 8}}{4}$$



箸の端が中に入ってしまってもギリギリすべらず静止する角度

剛体の平面運動の例：Bordaの振り子

質量の無視できる棒の先端に半径 a 、質量 M の球をつけた振り子の微小振動の周期を求めよ。
ただし、支点 O と球の重心までの距離を l とせよ。



球の中心まわりの慣性モーメントは $I = \frac{2}{5}Ma^2$

であるから、支点 O 周りの慣性モーメントは

$$I_O = I + Ml^2 = \frac{2}{5}Ma^2 + Ml^2 = M\left(\frac{2}{5}a^2 + l^2\right)$$

点 O のまわりの回転の運動方程式 $I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = N$ は

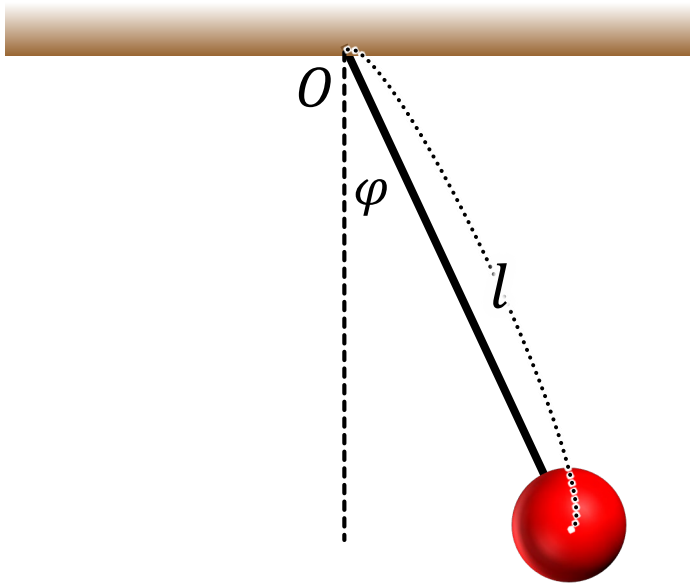
$$M\left(\frac{2}{5}a^2 + l^2\right)\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -Mgl\sin\varphi$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{g}{l\left(1 + \frac{2}{5}\frac{a^2}{l^2}\right)}\sin\varphi$$

微小振動のとき

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} \approx -\frac{g}{l\left(1 + \frac{2}{5}\frac{a^2}{l^2}\right)}\varphi$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} \approx -\frac{g}{l\left(1+\frac{2}{5}\frac{a^2}{l^2}\right)}\varphi$$



これを解くと

$$\varphi = A\cos\left(\sqrt{\frac{g}{l\left(1+\frac{2}{5}\frac{a^2}{l^2}\right)}}\,t+\varphi_0\right)$$

角振動数を

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l\left(1+\frac{2}{5}\frac{a^2}{l^2}\right)}}$$

とおけば

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\left(1+\frac{2}{5}\frac{a^2}{l^2}\right)}$$

$l \gg a$ のとき

$$T \cong 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{a^2}{5l^2}\right)$$

質点の振り子と比べて
周期は

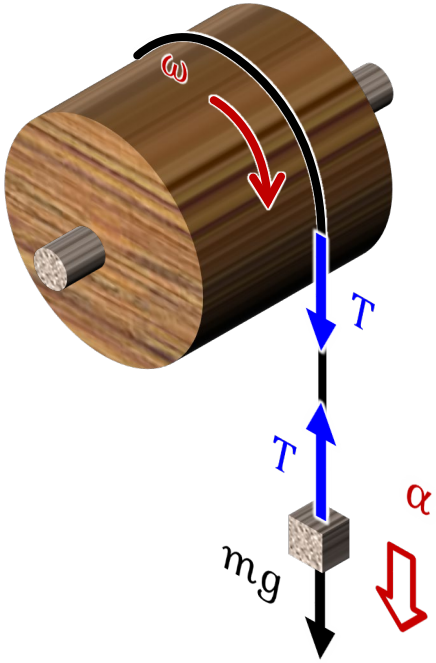
$$\left(1+\frac{a^2}{5l^2}\right)$$

倍になる

剛体の平面運動:滑車を滑る物体

質量 M 、半径 a の円柱状の定滑車に軽い糸を巻き付け、
糸の自由端に質量 m のおもりを吊るすとき、加速度を求めよ。

角運動量を ω 、糸の張力を T とすると、運動方程式は



おもりの並進運動方程式:　$m\ddot{x} = mg - T$

滑車の回転の運動方程式:　$I\dot{\omega} = aT$

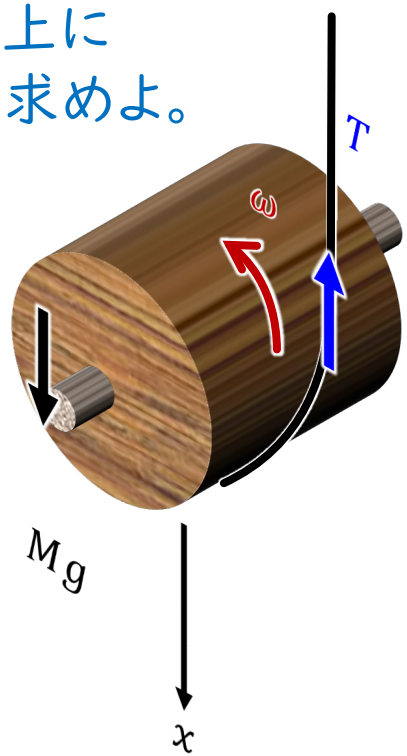
滑車と糸がすべらないならば　$\ddot{x} = a\dot{\omega}$

滑車(円柱)の慣性モーメントは　$I = \dfrac{1}{2}Ma^2$

以上より　$\ddot{x} = \dfrac{m}{m + \dfrac{M}{2}}g$

剛体の平面運動：糸を巻き付けた円柱の落下

質量 M 、半径 a の円柱状の剛体に軽い糸を巻き付け、
糸の自由端を固定して落下させる。円柱の中心は鉛直線上に
運動するとして、円柱の重心の加速度 $\ddot{x}_G$ 、糸の張力 T を求めよ。



おもりの並進運動方程式：　$M\ddot{x}_G = Mg - T$

滑車の回転の運動方程式：　$I_G\dot{\omega} = aT$

滑車と糸がすべらないならば　$\ddot{x}_G = a\dot{\omega}$

滑車（円柱）の慣性モーメントは　$I = \dfrac{1}{2}Ma^2$

以上より　$M\ddot{x}_G + \dfrac{1}{2}Ma^2\dfrac{\dot{\omega}}{a} = Mg$

$$\frac{3}{2}\ddot{x}_G = g$$

よって　$\ddot{x}_G = \dfrac{2}{3}g$

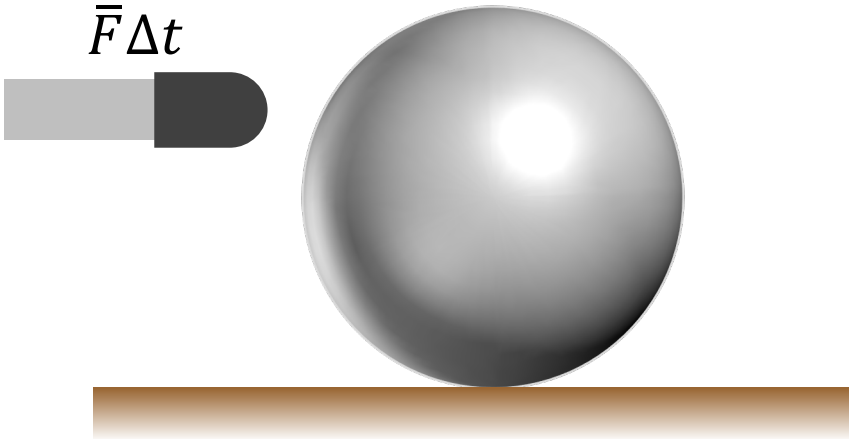
$$T = \frac{1}{3}Mg$$

剛体の平面運動：玉突き問題

粗な水平床の上に質量 M 、半径 a の球が静止しているとき、中心を通る鉛直面内で水平に撃力 $\bar{F}$ で突くと、球はどのような運動をするか。
球と床の間の動摩擦係数を μ' とする。

撃力のはたらく時間を Δt とすると

力積 = 運動量変化 より　$\bar{F}\Delta t = M v_0$



撃力による力のモーメント より

$$I\dot{\omega} = (l-a)\bar{F} - af$$

積分

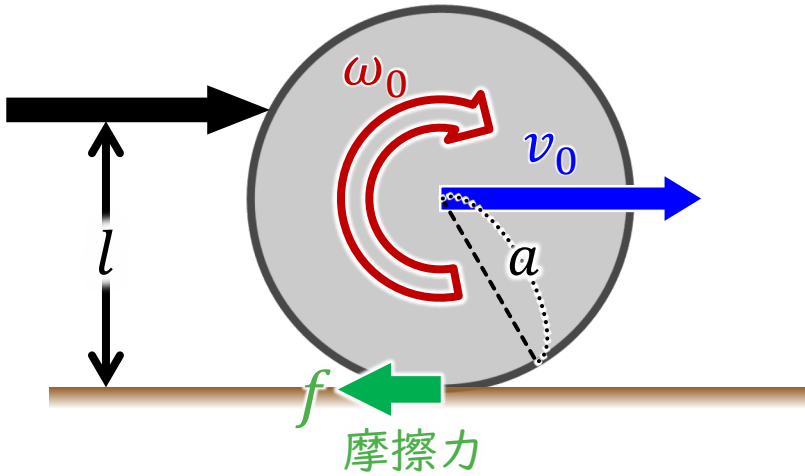
$$I\omega_0 = (l-a)\bar{F}\Delta t$$

球の慣性モーメントは、$I = \frac{2}{5}Ma^2$ であるから

$$\frac{2}{5}Ma^2\omega_0 = (l-a)\bar{F}\Delta t$$

2式より

$$v_0 = \frac{\bar{F}\Delta t}{M} \qquad \omega_0 = \frac{5(l-a)}{2Ma^2}\bar{F}\Delta t$$

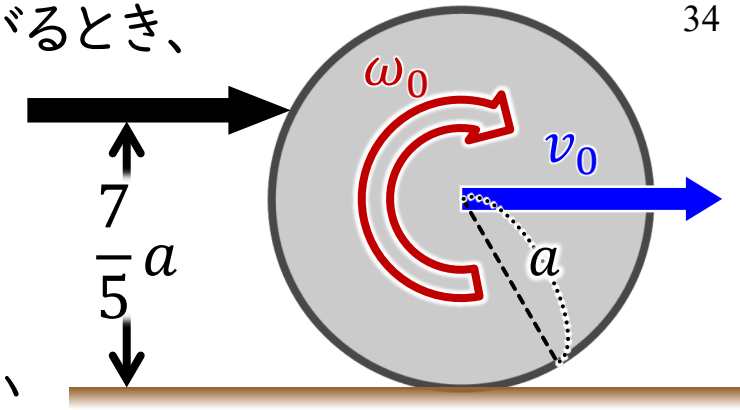


(i) $v_0 = a\omega_0$ のとき、すなわち、すべりがなく転がるとき、

$$\frac{\bar{F}\Delta t}{M} = \frac{5(l-a)}{2Ma}\bar{F}\Delta t$$

$$5l = 7a$$

$$\therefore\ l = \frac{7}{5}a$$

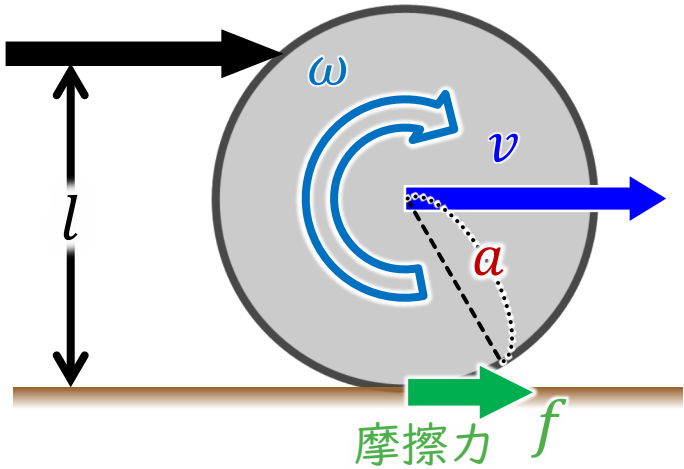


このとき、すべらないので摩擦力は生じない

(ii) $v_0 < a\omega_0$ のとき $l > \frac{7}{5}a$　このとき、滑り（回転）のほうが速い。

摩擦力は回転を抑える方向、
直進運動を促進する方向、**前方**にはたらく

しばらくの間（滑りが解消されるまで）、
直進運動が加速されて、その後、等速となる。



$$M\dot{v} = \mu' Mg \qquad \frac{2}{5}Ma^2\dot{\omega} = -\mu' Mg \cdot a$$

$$\dot{v} = \mu' g \qquad a\dot{\omega} = -\frac{5}{2}\mu' g$$

積分

$$v = \mu' gt + v_0 \qquad a\omega = -\frac{5}{2}\mu' gt + a\omega_0$$

積分

すべりの速度は、

$$v - a\omega = \mu' g t + v_0 + \frac{5}{2}\mu' g t - a\omega_0$$

$$= \frac{7}{2}\mu' g t + v_0 - a\omega_0$$

すべりがなくなる（$v - a\omega = 0$）までの時間 t_1 は、

$$t_1 = \frac{-(v_0 - a\omega_0)}{7/2\,\mu' g} = \frac{5l - 7a}{7\mu' M g a}\bar{F}\Delta t$$

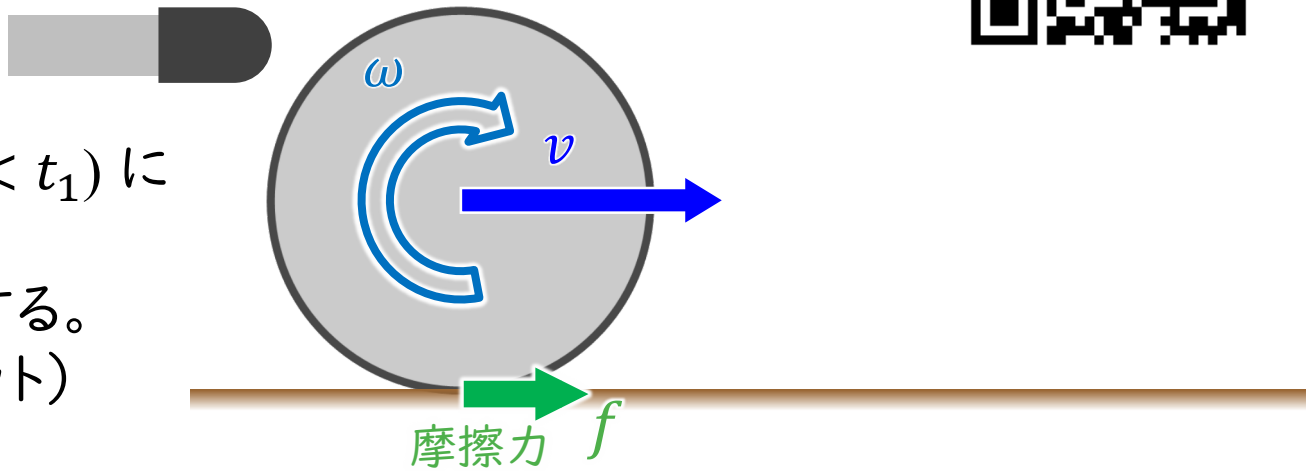
$$v_0 = \frac{\bar{F}\Delta t}{M}$$

$$\omega_0 = \frac{5(l-a)}{2Ma^2}\bar{F}\Delta t$$

その後の等速度 v_1は、

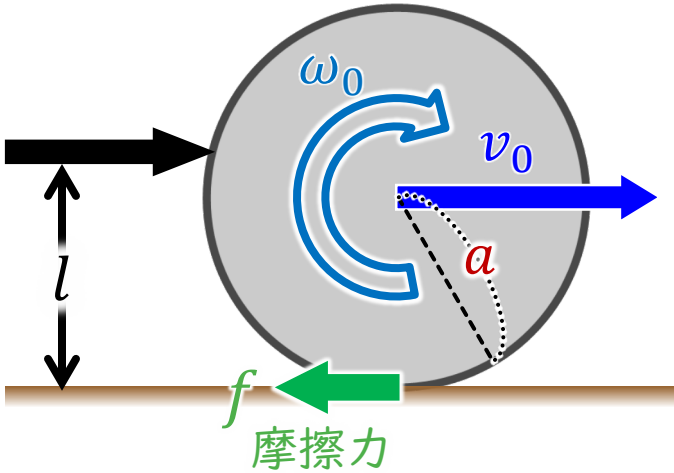
$$v_1 = \mu' g t_1 + v_0 = \frac{5l}{7Ma}\bar{F}\Delta t$$

すべりがなくなる前($t < t_1$) に
他の球に当たると
その後も前進しようとする。
（押し球、フォローショット）



(iii) $\underline{v_0 > a\omega_0}$ のとき $a < l < \frac{7}{5}a$ このとき、滑り（回転）のほうが遅い。

摩擦力は回転を促進する方向、
直進運動を抑える方向、**後方**にはたらく



$$M\dot{v} = -\mu' Mg \qquad \frac{2}{5}Ma^2\dot{\omega} = \mu' Mga$$

$$\dot{v} = -\mu' g \qquad a\dot{\omega} = \frac{5}{2}\mu' g$$

積分

$$v = -\mu' gt + v_0 \qquad a\omega = \frac{5}{2}\mu' gt + a\omega_0$$

積分

すべりの速度は、

$$v - a\omega = -\mu' gt + v_0 - \frac{5}{2}\mu' gt - a\omega_0 = -\frac{7}{2}\mu' gt + v_0 - a\omega_0$$

すべりがなくなるまでの時間 t_2 は、

$$t_2 = \frac{(v_0 - a\omega_0)}{7/2\,\mu' g} = \frac{7a - 5l}{7\mu' Mga}\bar{F}\Delta t$$

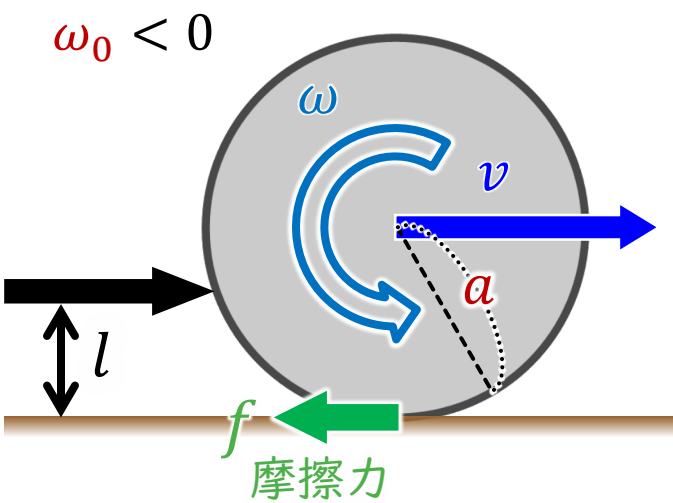
その後の等速度 v_2は、

$$v_2 = -\mu' gt_2 + v_0 = \frac{5l}{7Ma}\bar{F}\Delta t$$

(iv)　$0 < l < a$　（下半分を突いた）とき、

摩擦力は逆回転を促進する方向、
直進運動を抑える方向、後方にはたらく

すなわち、(iii)とおなじになる。
ただし、回転方向は逆になる。



すべりがなくなるまでの時間 t_3 は、

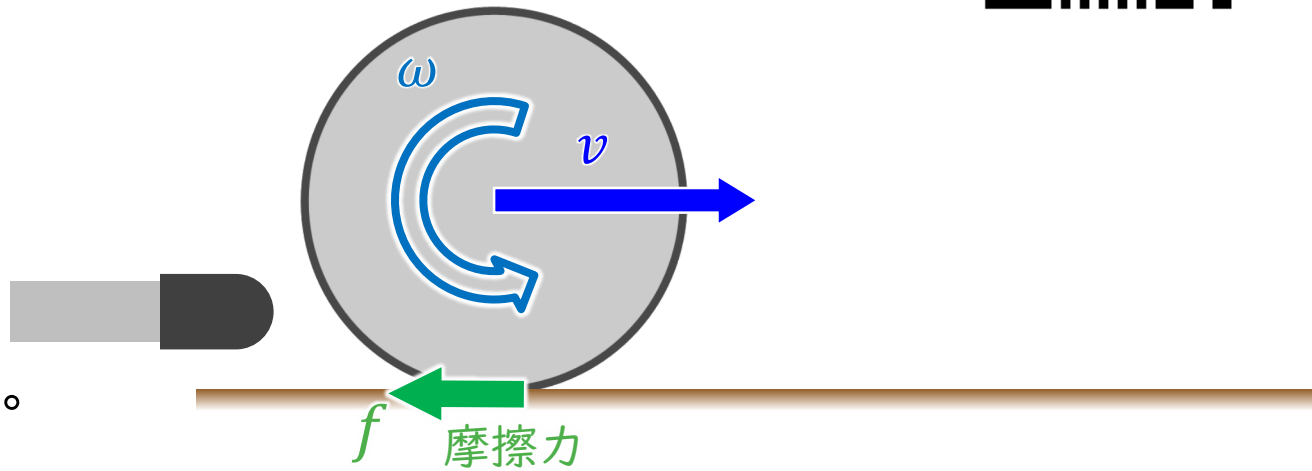
$$t_3 = t_2 = \frac{7a - 5l}{7\mu' Mga}\bar{F}\Delta t$$

その後は速度 v_3は、

$$v_3 = -\mu' g t_3 + v_0 = \frac{5l}{7Ma}\bar{F}\Delta t$$

t_3以降は $\omega > 0$ となり転がっていく

$\omega > 0$ となる前に他の球に当たって直進運動が止められると残っていた摩擦力により逆向きに加速されて戻ってくる（引き球、ドローショット）。

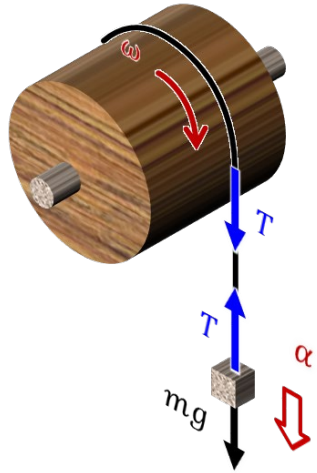


【本日のポイント】

多体系の運動方程式

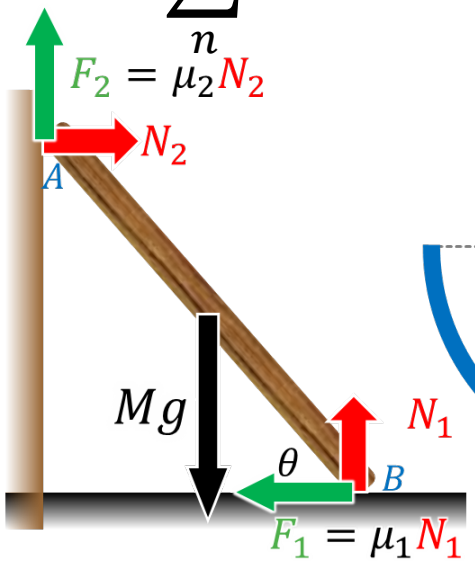
質量中心の運動方程式 $$\frac{d\boldsymbol{P}}{dt} = M\ddot{\boldsymbol{r}}_G = \sum_n \boldsymbol{F}_i$$

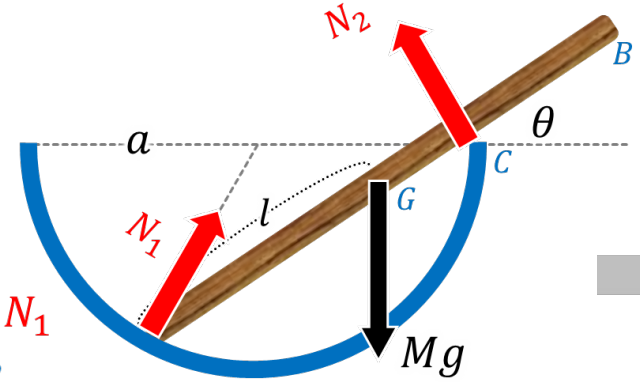
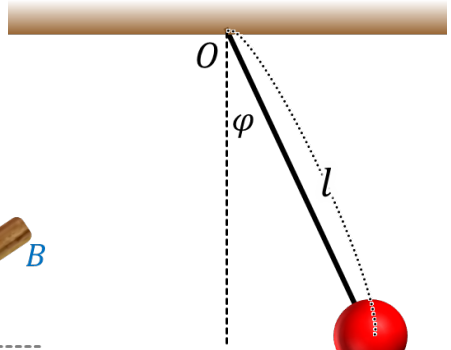
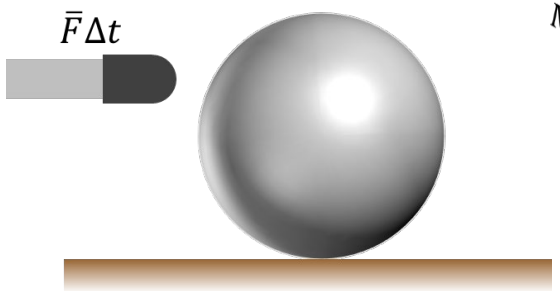
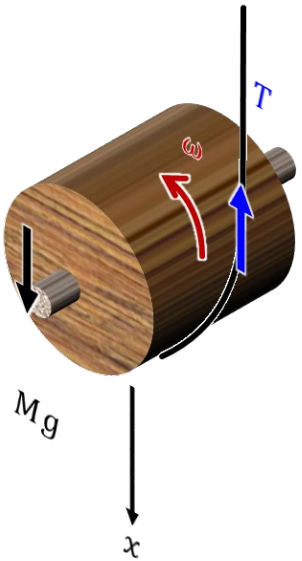
回転の運動方程式 $$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{N}$$



剛体の静力学：つり合っている

$$\sum_n \boldsymbol{F}_i = 0 \qquad \sum_n \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i = 0$$





剛体の平面運動