基礎物理学 II

（第8回）電流と磁場（I）

【今日の内容】

- 電流が作る磁場
- 電流が磁場から受ける力

担当教員：西沢望（S-305）：nishizawa.nozomi@kitasato-u.ac.jp

電場と磁場

（磁気的）クーロンの法則

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{mm_0}{r^2}}$$

$\mu_0 \cong 1.26 \times 10^{-6}$
$[\mathrm{Wb}^2/(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2)]$

$$F = m \cdot \boxed{\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{m_0}{r^2}} = m \cdot H$$

磁場 $H = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{m_0}{r^2}$

- 磁荷mに力mHを与える空間
- によって作られる空間
- から求められる

磁位

$$\phi_m = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{m_0}{r}$$

積分

$$U = -\int_\infty^x H\,dr$$

クーロンの法則

$$\boxed{F = k\frac{qq_0}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}}$$

$k \cong 9.0 \times 10^9$
$[\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2]$

$$F = q \cdot \boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2}} = q \cdot E$$

電場 $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2}$

- 電荷qに力qEを与える空間
- 電荷によって作られる空間
- ガウスの法則から求められる

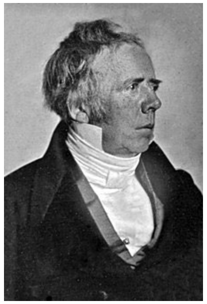
電位

$$\phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r}$$

積分

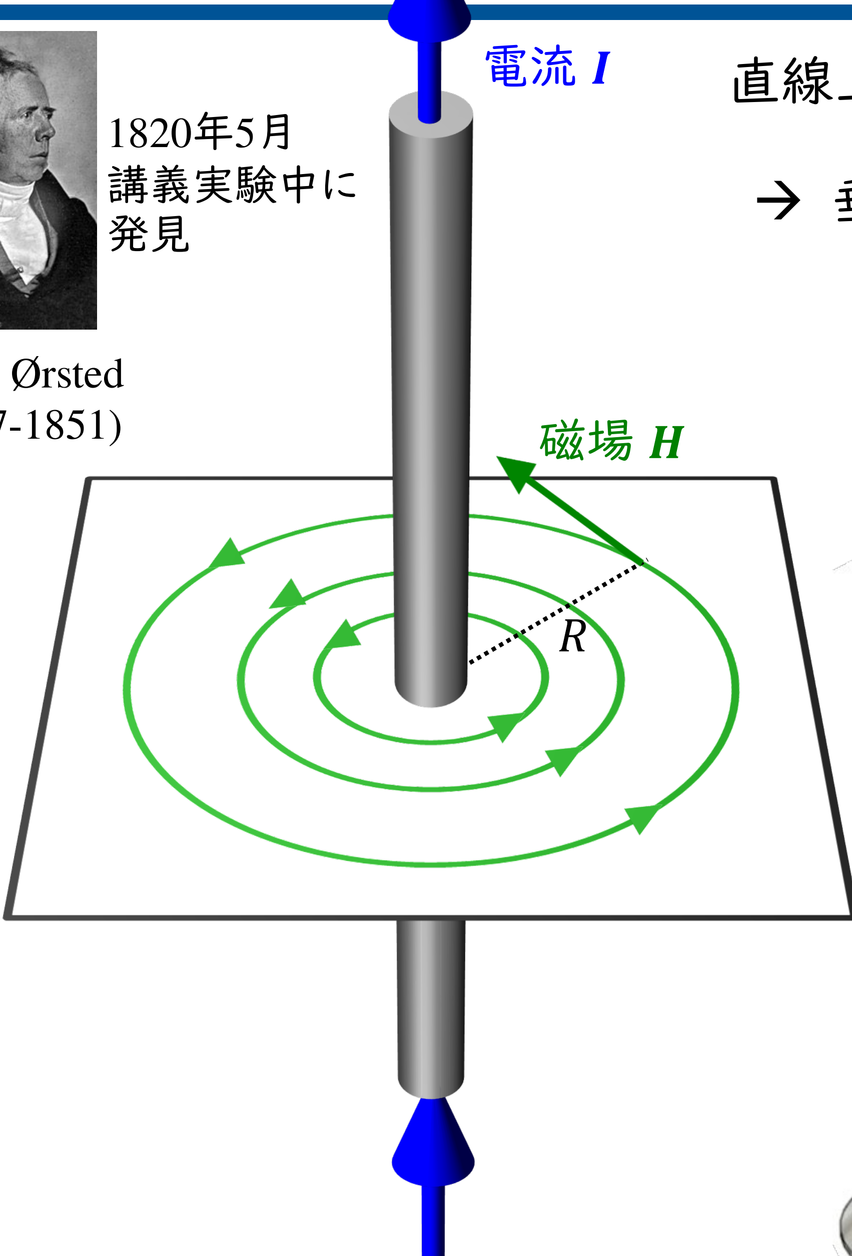
$$U = -\int_\infty^x E\,dr$$

電流がつくる　磁場



1820年5月
講義実験中に
発見

H. C. Ørsted
(1777-1851)

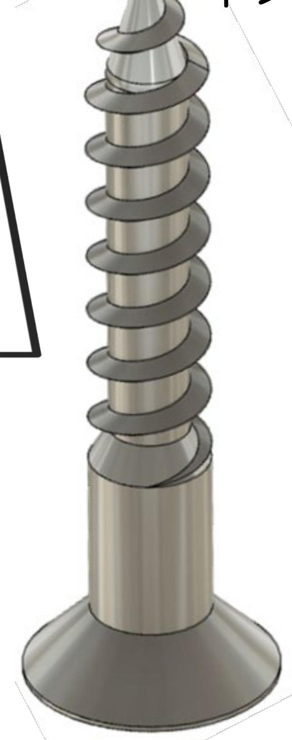


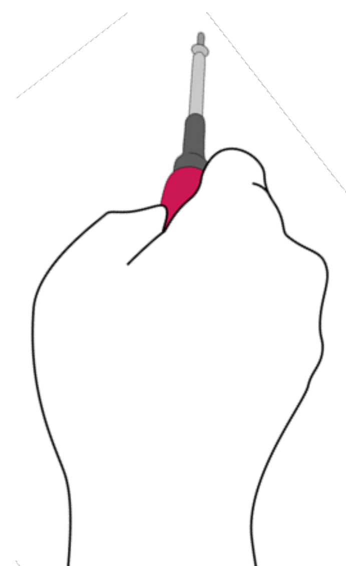
直線上の導線に電流を流す

→ 垂直な平面上に同心円状の磁場が生じる

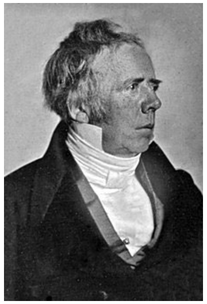
➔

電流の向きを右ネジの進む向きと
同じに取ると
ネジの回転方向に磁場が生じる



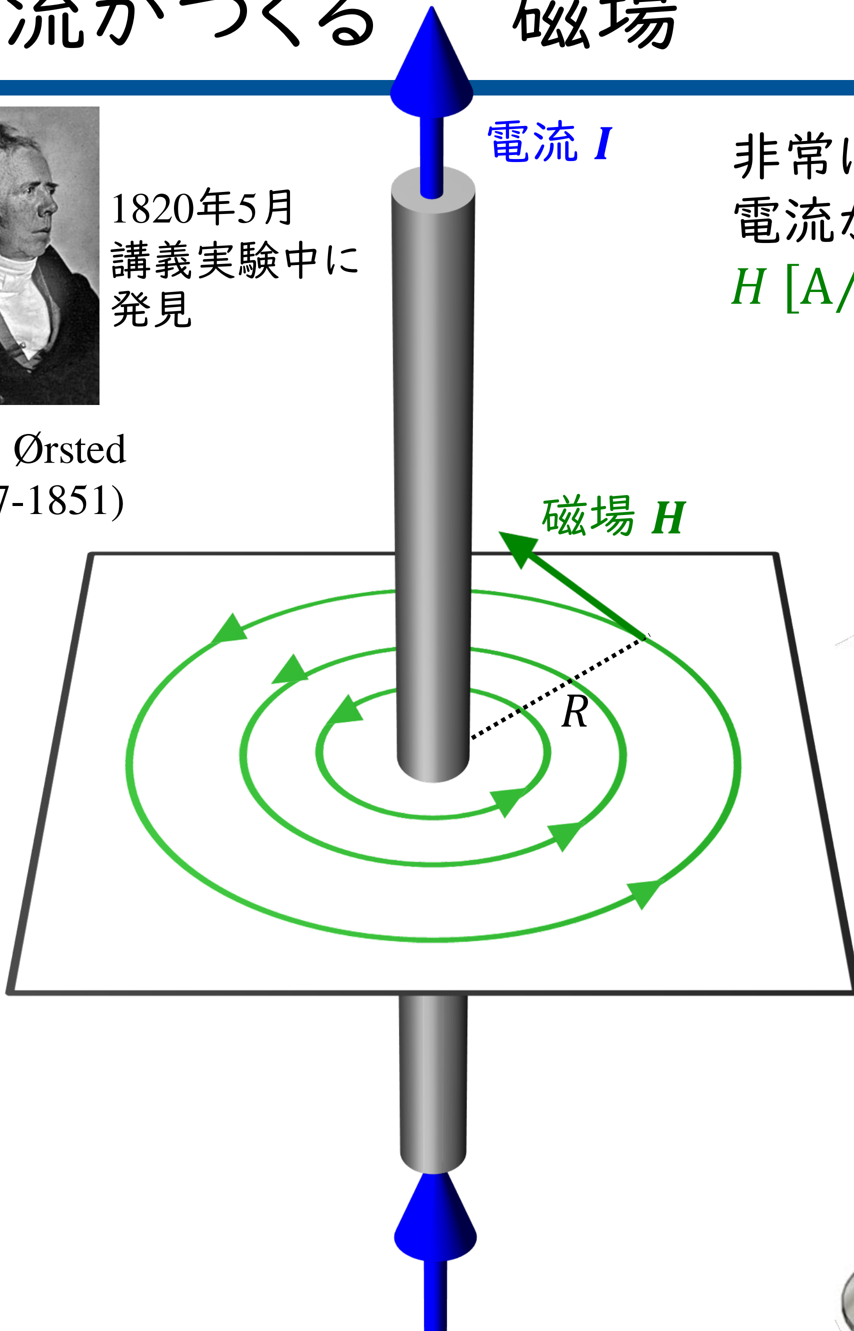


電流がつくる　磁場



1820年5月
講義実験中に
発見

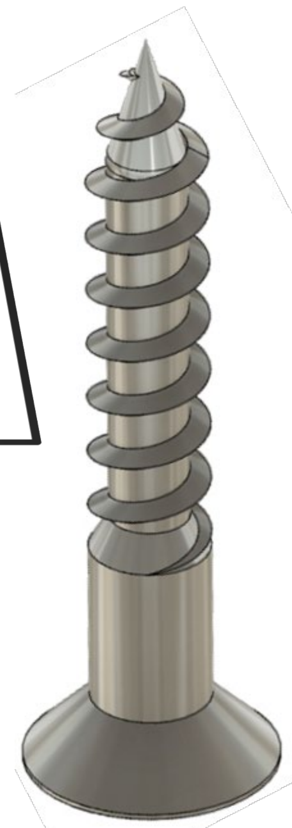
H. C. Ørsted
(1777-1851)

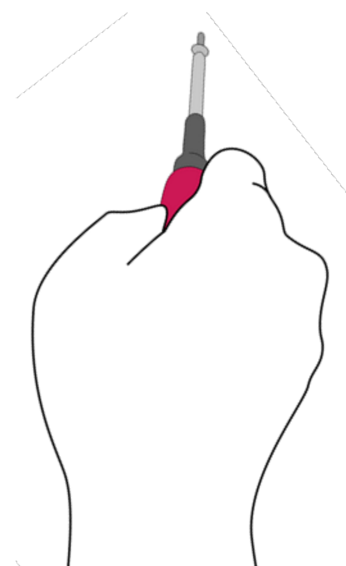


非常に長い直線上の電流 I が流れているとき、電流からの距離が R の位置の磁場の強さ H [A/m] は、

$$\boxed{H =}$$

磁石による磁力線はN極からS極で終わっているが、
電流による磁力線は閉曲線で始点も終点もない

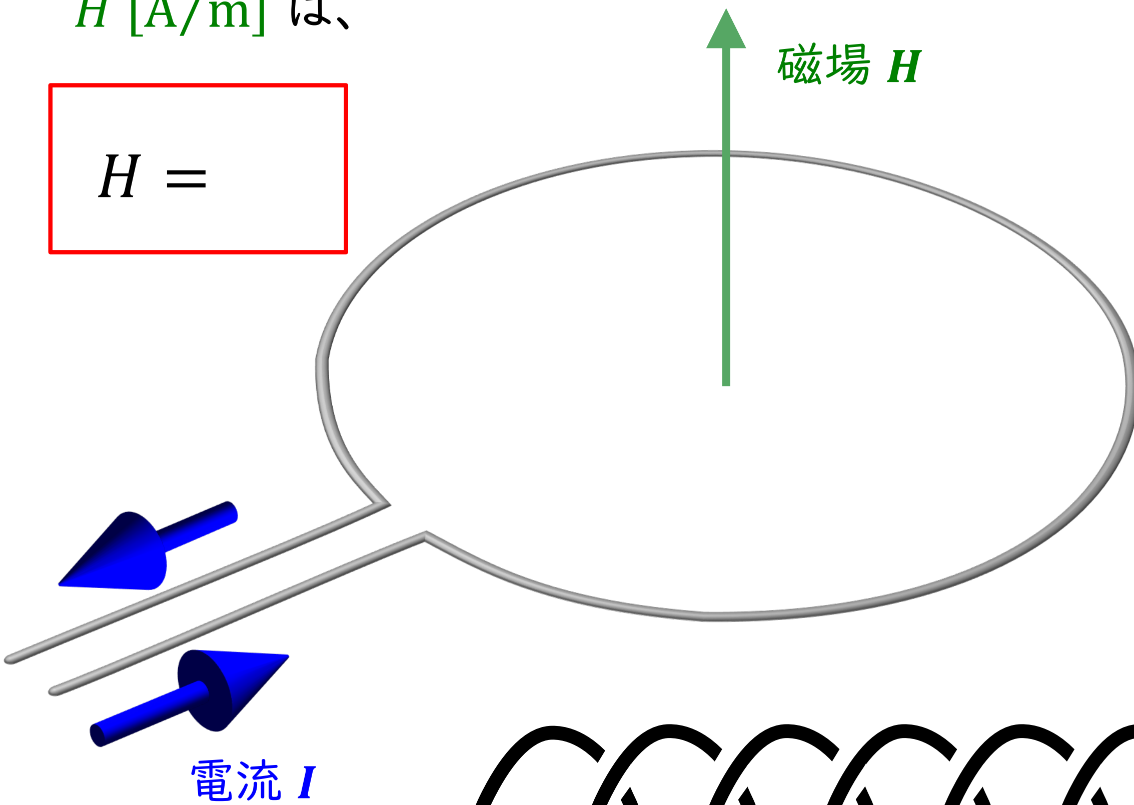




円形電流の磁場

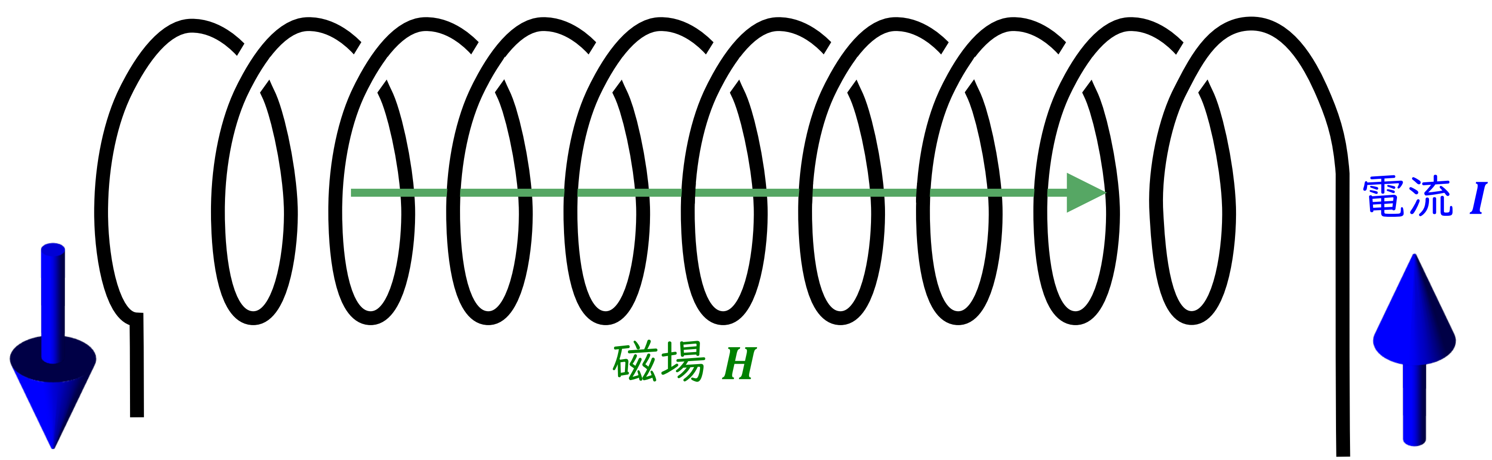
半径 a の円形の導線に電流 I が流れているとき、中心の位置の磁場の強さ H [A/m] は、

$H =$



円筒形に一様に導線を巻いた細長いコイル（ソレノイド）という。1mあたりの巻数 n のソレノイドに電流 I が流れているとき、中心の位置の磁場の強さ H [A/m] は、

$H =$



演習Ⅰ　電流が作る磁場

(1) 長い直線上の導線に6.28Aの電流が流れている。この導線から10.0cm離れた点での磁場の強さはいくらか

(2) 半径15cmの円形導線に6.0Aの電流を流したとき、円の中心の磁場の強さはいくらか

(3) 長さ20cmの円筒に導線を1000回巻いたソレノイドの内部の磁場を30A/mの強さにするには電流をどれだけ流せばよいか

ビオ・サバールの法則

J. -B. BiotとFélix Savartは定常電流の周りに生じた磁場の強さを計測。　1820年11月に実験

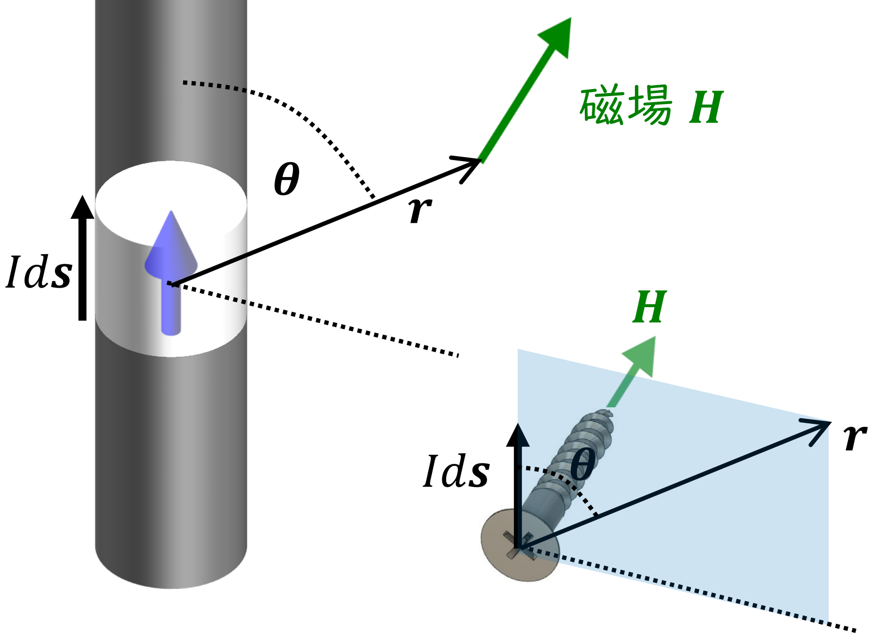
J. -B. Biot
(1774-1862)

Félix Savart
(1791-1841)

磁場の強さ H は 電流の強さ I に比例し、
導線からの距離 r に反比例

$$H(r) \propto \frac{I}{r}$$

方向も含めて考えると導線の微小領域 $d\boldsymbol{s}$ (電流方向を正とする) が、そこから変位 $\boldsymbol{r}$ のところに生じる磁場は



$$d\boldsymbol{H}(r) = \frac{I}{4\pi}\frac{d\boldsymbol{s}}{r^2} \times \frac{\boldsymbol{r}}{r} = \frac{I}{4\pi}\frac{d\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

$$|d\boldsymbol{H}(r)| = dH(r) = \frac{I}{4\pi}\frac{ds}{r^2}\sin\theta$$

これらを集めて(積分して)磁場を求める方法を与えるのが、
ビオ・サバールの法則である。

ビオ・サバールの法則を使って求めてみる I

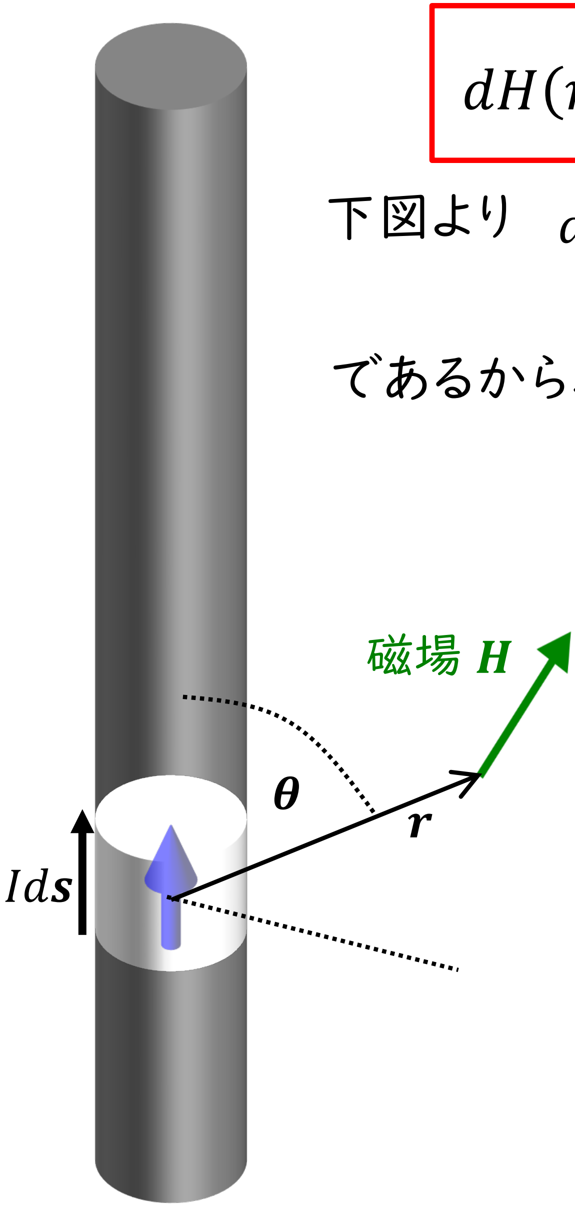
$$\boxed{dH(r) = \frac{I}{4\pi}\frac{ds}{r^2}\sin\theta}$$

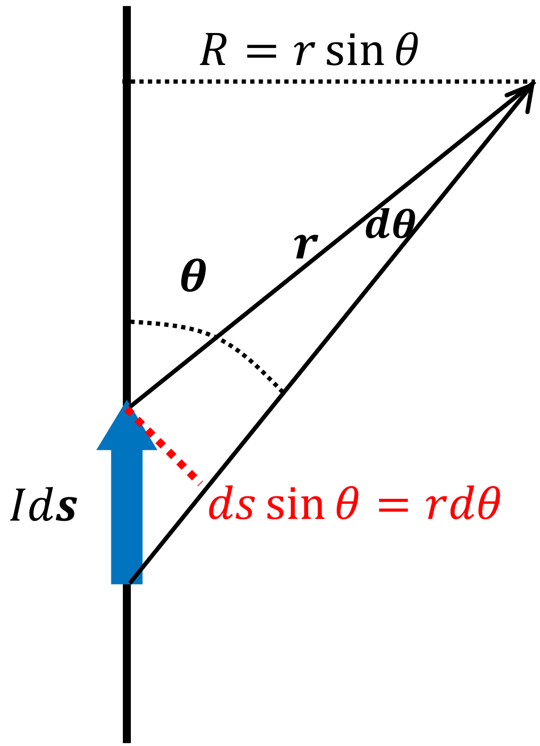
下図より　$ds\sin\theta = rd\theta$

$R = r\sin\theta$

であるから、

$$dH(r) = \frac{I}{4\pi}\frac{rd\theta}{r^2} \quad = \frac{I}{4\pi}\frac{\sin\theta\, d\theta}{R}$$





$$H(r) = \int_{\text{line}} dH(r)$$

$$= \frac{I}{4\pi R}\int_0^{\pi}\sin\theta\, d\theta$$

$$= \frac{I}{4\pi R}[-\cos\theta]_0^{\pi}$$

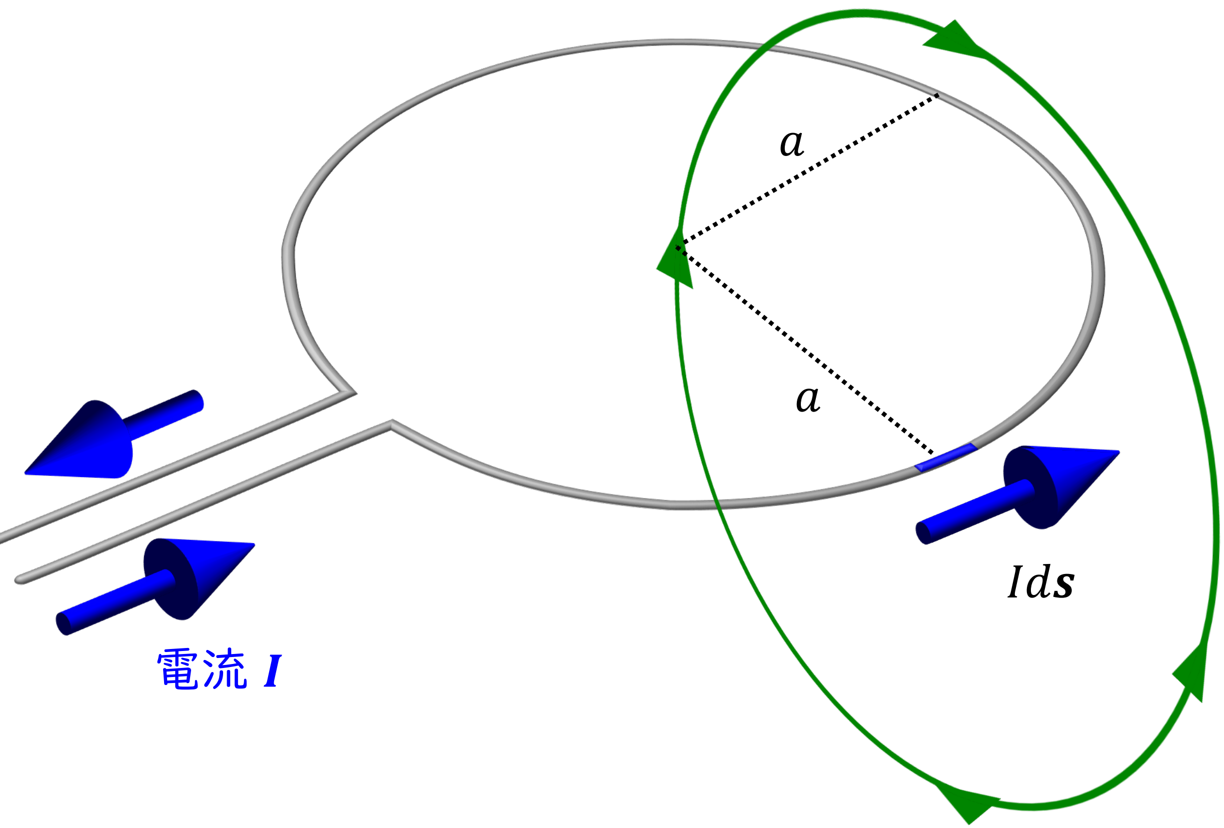
$$= \underline{\qquad\qquad}$$

円形電流の中心磁場

円形電流の場合（簡単のため中心での磁場のみを求める）

円形の導線のごく一部（$d\boldsymbol{s}$）を考えると、に中心にできる磁場は

$$\boxed{\quad I \quad ds \quad \frac{}{2}\sin\theta} = \frac{I}{4\pi}\frac{ds}{a^2}\sin(90°) = \frac{I}{4\pi}\frac{ds}{a^2}$$



$$H(r) = \int_{\mathrm{loop}} dH(r)$$

$$= \frac{I}{4\pi a^2}\int_{\mathrm{loop}} ds$$

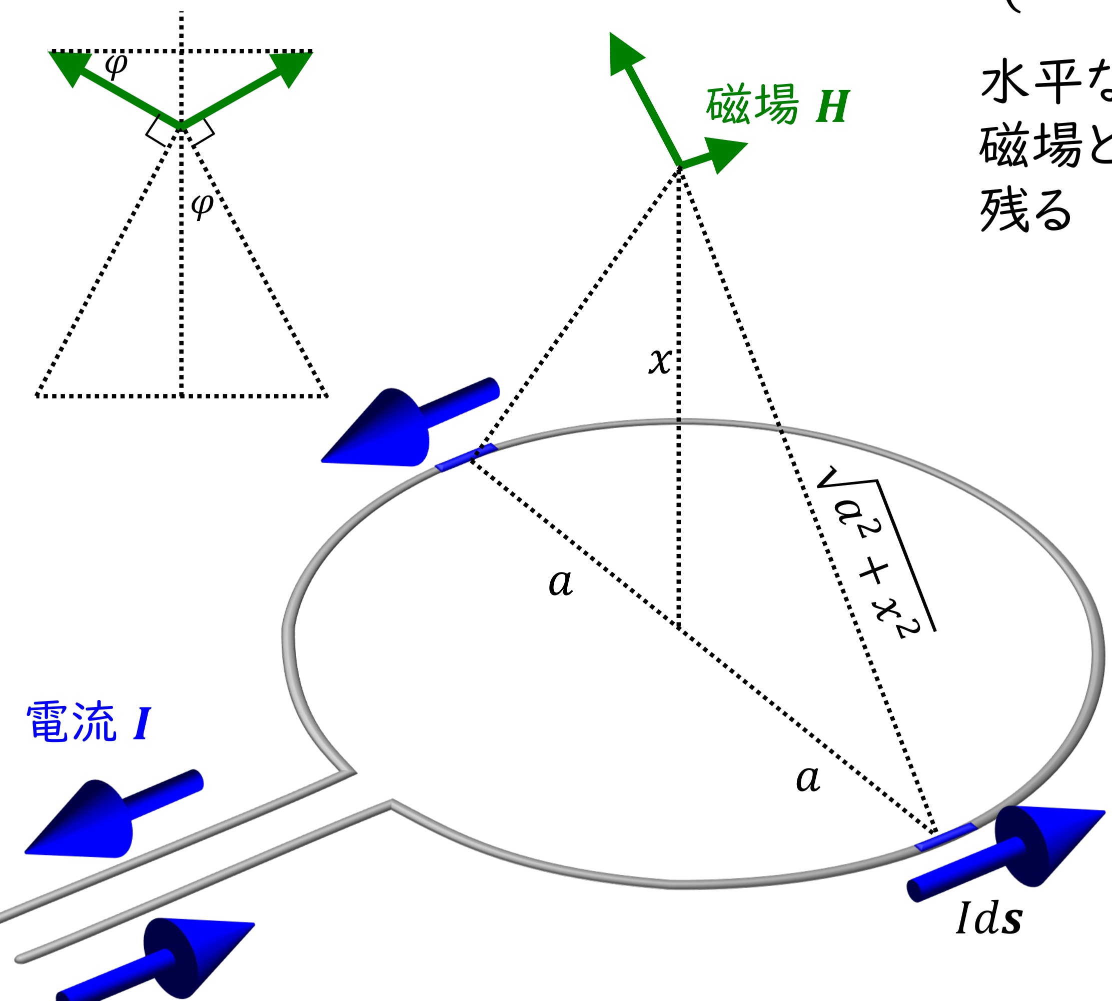
$$= \frac{I}{4\pi a^2}\cdot 2\pi a$$

$$=$$

円形電流の磁場

中心軸上の x だけ離れた点では、

$$\boxed{dH(r) = \frac{I}{4\pi}\frac{ds}{r^2}\sin\theta} = \frac{I}{4\pi}\frac{ds}{\left(\sqrt{a^2+x^2}\right)^2}\sin(90^\circ) = \frac{I}{4\pi}\frac{ds}{a^2+x^2}$$

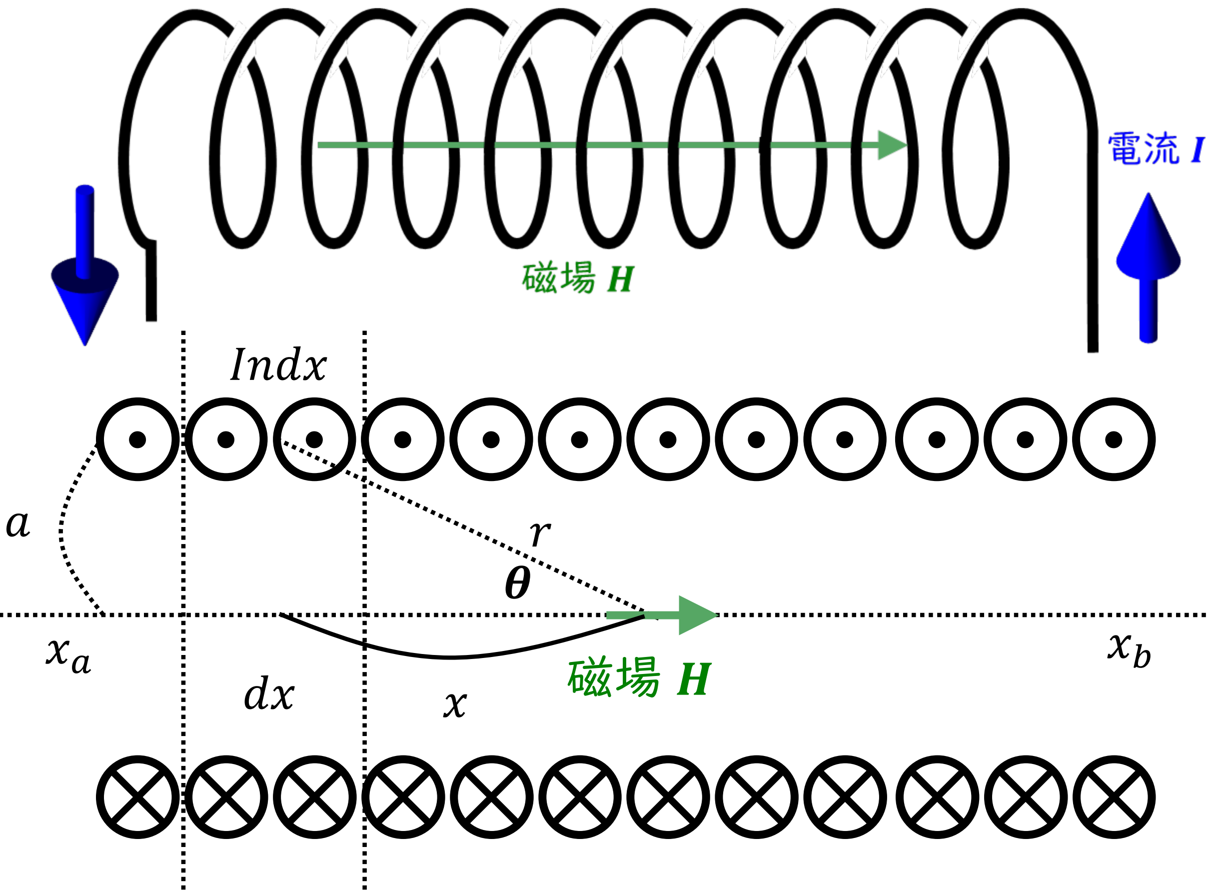


水平な成分は反対側の電流素片が作る磁場と打ち消し合うので、垂直成分のみが残る

$$dH(r) = \frac{I}{4\pi}\frac{ds}{a^2+x^2}\cos\varphi$$
$$= \frac{I}{4\pi}\frac{ds}{a^2+x^2}\frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$$
$$= \frac{I}{4\pi}\frac{a\,ds}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

$$H(r) = \frac{I}{4\pi}\frac{a}{(a^2+x^2)^{3/2}}\int_{loop} ds$$
$$= \frac{I}{2}\frac{a^2}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

ソレノイドコイルの磁場



断面を見る

中心から x 離れたところの微小な距離 dx の部分の電流は $nIdx$ となるので、前頁から

$$\therefore dH(r) = \frac{nIdx}{2}\frac{a^2}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

$$H(r) = \frac{nIa^2}{2}\int_{x_a}^{x_b}\frac{1}{(a^2+x^2)^{3/2}}dx$$

これを計算すればよい

$$x\tan\theta = a$$

なので、

$$x = a\cot\theta$$

両辺微分して

$$dx = -\frac{a}{\sin^2\theta}d\theta$$

また

$$a^2+x^2 = \frac{a^2}{\sin^2\theta}$$

ソレノイドコイルの磁場

$$H(r) = \frac{nIa^2}{2}\int_{x_a}^{x_b} \frac{1}{(a^2+x^2)^{3/2}}\,dx$$

$$a^2 + x^2 = \frac{a^2}{\sin^2\theta}$$

$$dx = -\frac{a}{\sin^2\theta}\,d\theta$$

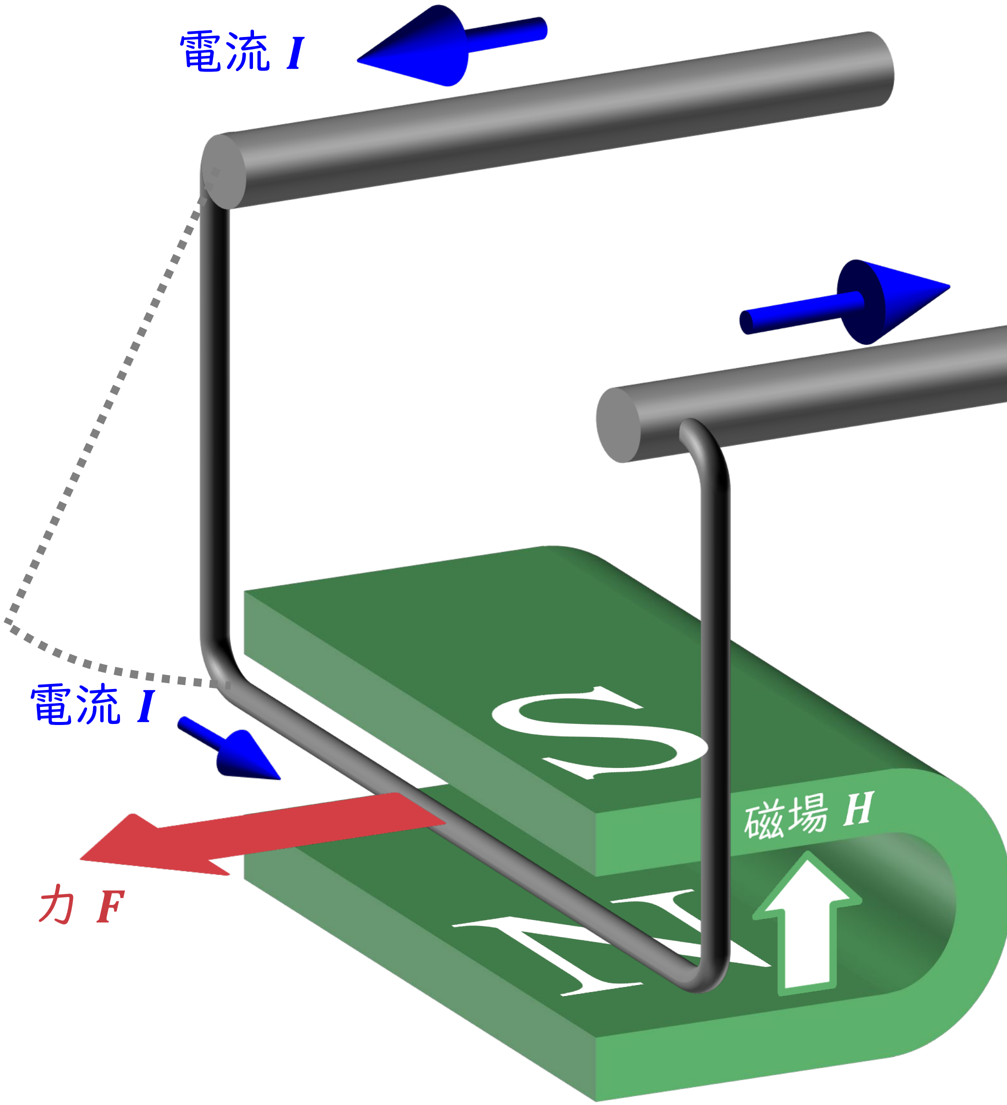
$$H(r) = \frac{nIa^2}{2}\int_{\theta_a}^{\theta_b} \frac{\sin^3\theta}{a^3}\cdot\left(-\frac{a}{\sin^2\theta}\,d\theta\right)$$

$$= \frac{nI}{2}\int_{\theta_a}^{\theta_b} \sin\theta\,d\theta$$

$\theta_a = 0$ $\theta_b = +\pi$ とすれば、

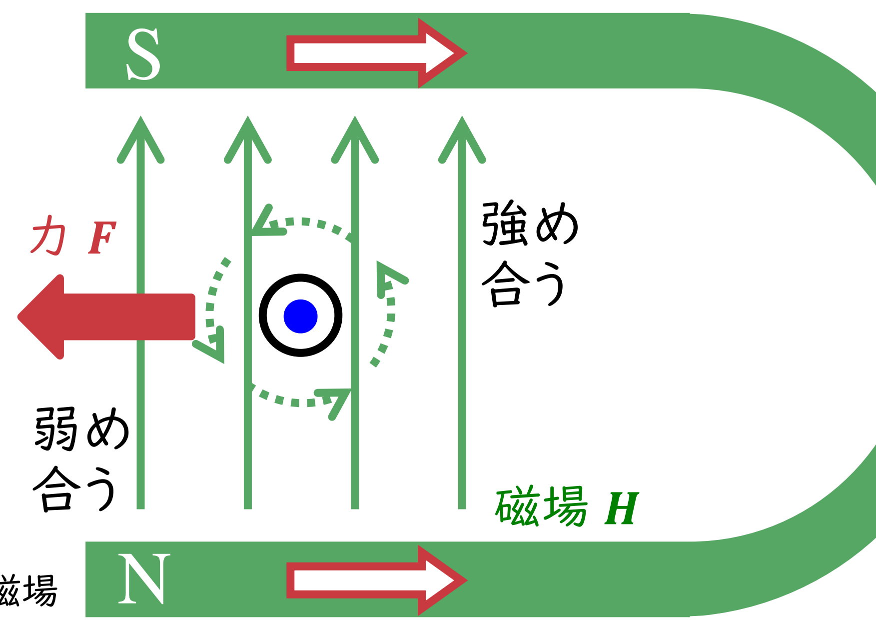
$$H(r) = \frac{nI}{2}[-\cos\theta]_0^{\pi} = \underline{\qquad\qquad}$$

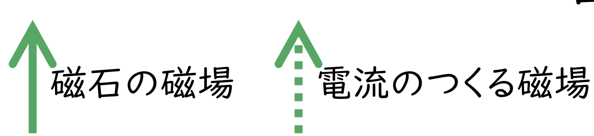
電流が磁場から受ける力



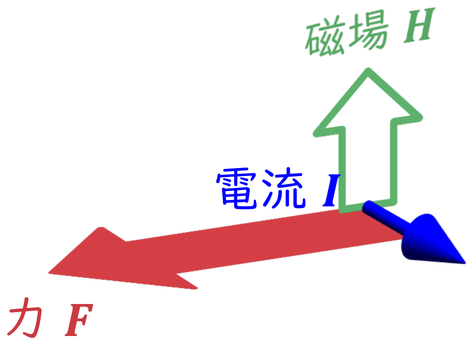
電流が及ぼす力によって磁石は右向きに力を受ける
→反作用で電流が左に力を受ける

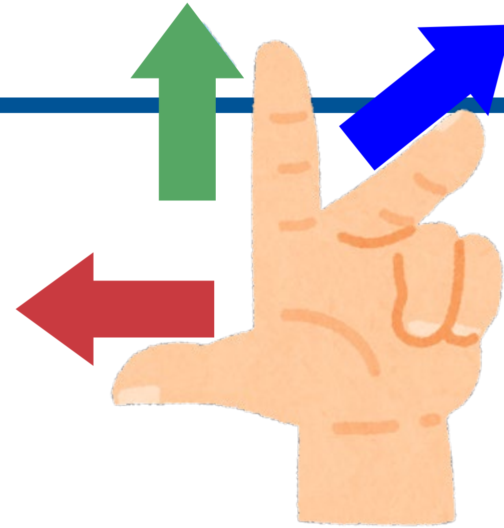
電流にはたらく力は
磁場が強め合う方から弱め合う方向

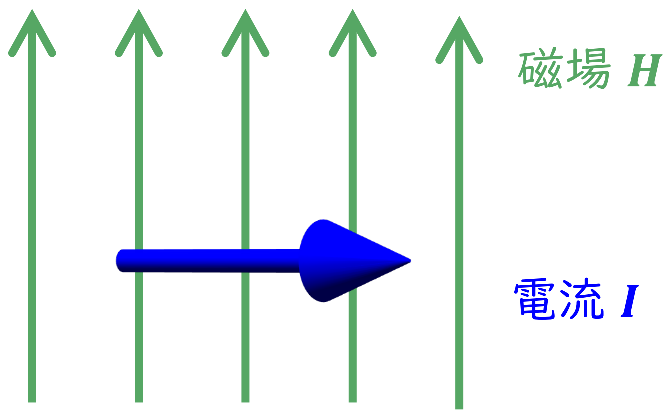




電流が磁場から受ける力





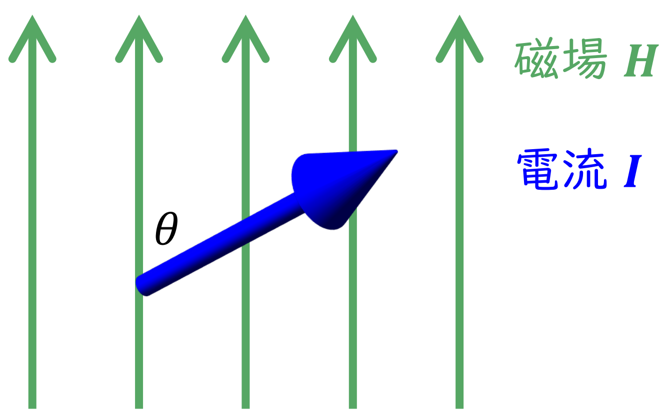


このときの力の大きさは

$$dF = I(d\boldsymbol{s} \times \mu_0 \boldsymbol{H})$$

とかけ、導線の長さ l について積分して

$$\boldsymbol{F} = \mu_0 l(\boldsymbol{I} \times \boldsymbol{H})$$



磁場に対して電流が垂直でない場合は垂直成分のみとなるので、

$$|\boldsymbol{F}| = \mu_0 l I H \sin\theta$$

演習2 電流が磁場から受ける力

地磁気による磁場が10 A/mの場所に、磁場の方向と30°の角度で長さ1.4mの導線が張ってある。これに20Aの電流を流したとき、導線が受ける力はいくらか