基礎物理学 II

（第4回） 静電場（4）

【今日の内容】

- 電気容量
- 誘電体

担当教員:西沢望（S-305）: nishizawa.nozomi@kitasato-u.ac.jp

（ここまでまとめ） 静電気力、電場、電位、重ね合わせの原理

複数の電荷がある場合

力学との対応

静電気力 - 万有引力

複数の重力源（星）がある場合

クーロンの法則

$k \cong 9.0 \times 10^9$ $[\mathrm{N \cdot m^2/C^2}]$

$$\boxed{\boldsymbol{F} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|^2}\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|}}$$

$$\boldsymbol{F} = q \cdot \boldsymbol{E}$$

電場

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|^2}\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|}$$

積分

$$U = -\int_\infty^x E\, dr$$

電位

$$\phi(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|}$$

復習

万有引力の法則

$G \cong 6.673 \times 10^{-11}$ $[\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}]$

$$\boxed{F = mG\sum_i \frac{M_i}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|^2} \cdot \frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|}}$$

$$\boldsymbol{F} = m \cdot \boldsymbol{g}$$

重力場

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = G\sum_i \frac{M_i}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|^2} \cdot \frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|}$$

積分

$$U = -\int_\infty^x g\, dr$$

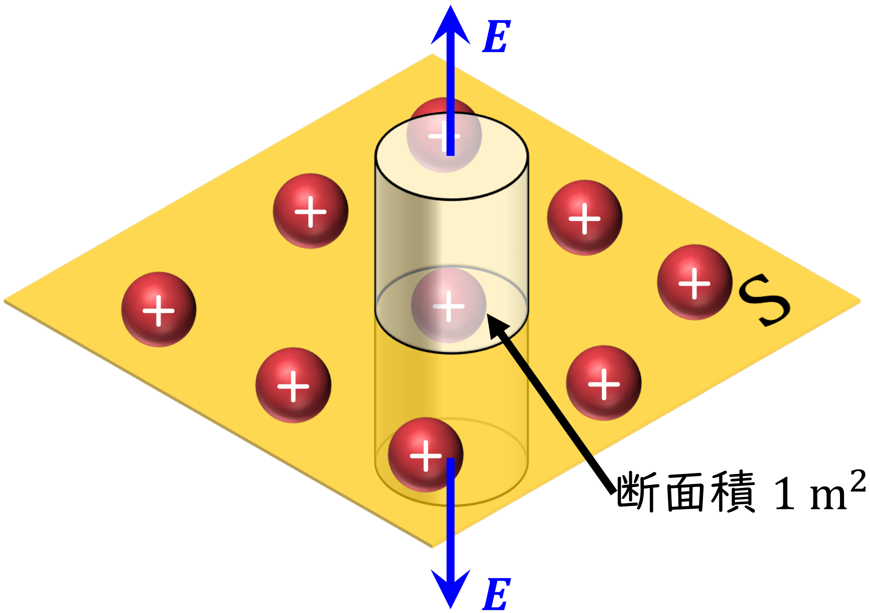
単位質量あたりの
位置エネルギー

$$U = -G\sum_i \frac{M_i}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|}$$

（復習）第2回講義の演習Ⅰ　ガウスの法則

十分に広い平面に正電荷が一様に分布している。面積 $S\ [\mathrm{m}^2]$、全電荷 $Q\ [\mathrm{C}]$ のとき、電場を求めよ。（平面の端については考慮しない）

電荷の分布が一様なので、電気力線は面に垂直で、面の両側で等しい。



今、断面積 $1\ \mathrm{m}^2$ の円筒に対して、ガウスの定理を適用する。

この円筒に含まれる電荷は $\dfrac{Q}{S}\left[\dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right]$ であるから、
この円筒から出ていく電気力線の本数は

$$\frac{Q}{\varepsilon_0 S}\ [本]$$

である。
上下で $\dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}$ [本] ずつでていく。

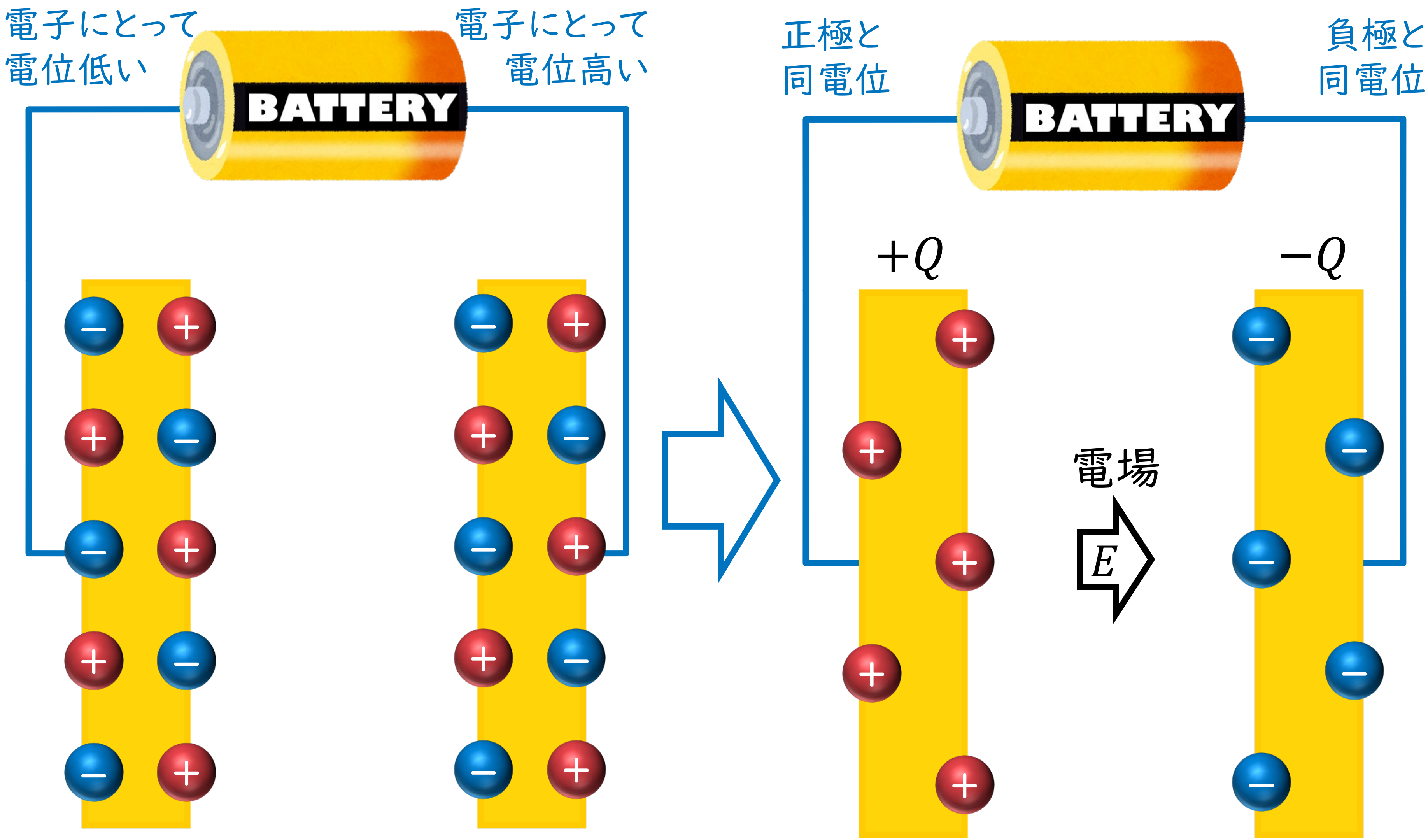
断面積 $1\ \mathrm{m}^2$ であるから、これが $1\ \mathrm{m}^2$ あたりの電気力線の本数、すなわち電場 E である。

$$E = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]$$

広い平面上の一様な電荷分布による電場は
平面からの距離に依らない

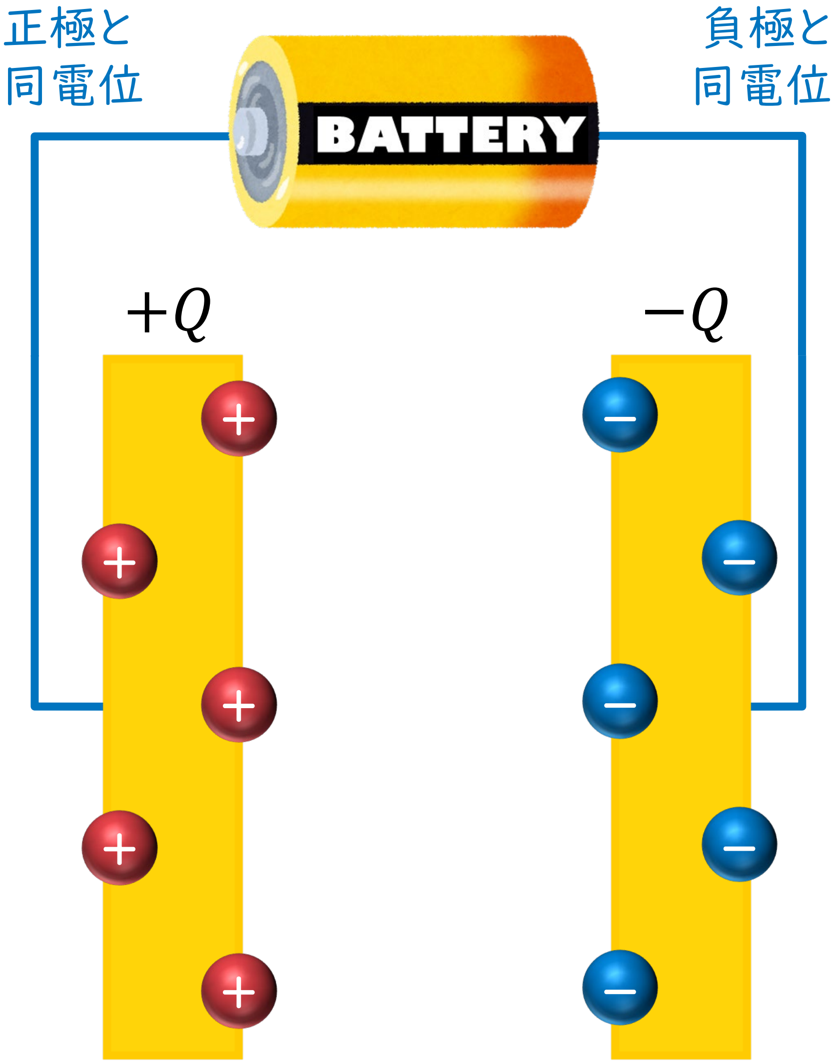
コンデンサー

電荷に仕事をさせる(電荷からエネルギーを取り出す)には、
まず電荷に仕事をして高い電位のところに移動させて留めておく必要がある。



コンデンサー

電荷に仕事をさせる（電荷からエネルギーを取り出す）には、
まず電荷に仕事をして高い電位のところに移動させて留めておく必要がある。



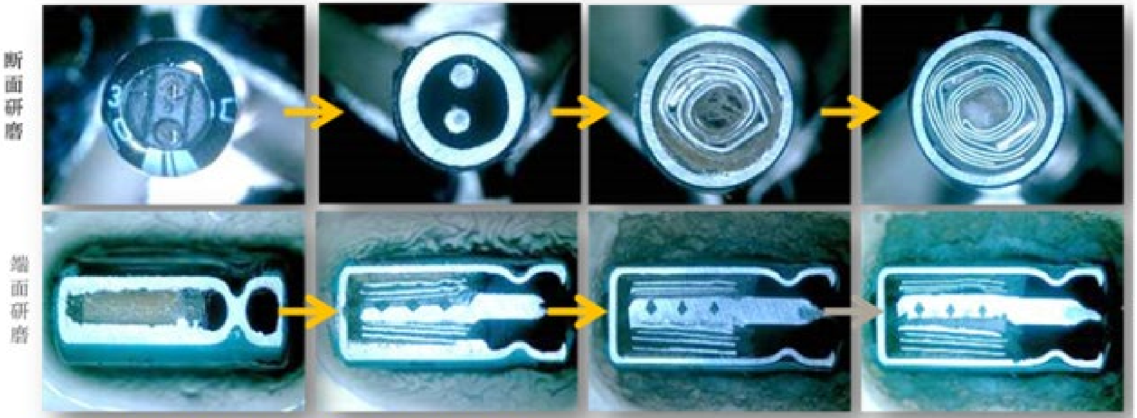
電圧を加えた時に電荷を蓄えられる装置を

____________（condenser）
または
____________（capacitor）　という。

特に2枚の平行な金属板（極板）から
できているものを

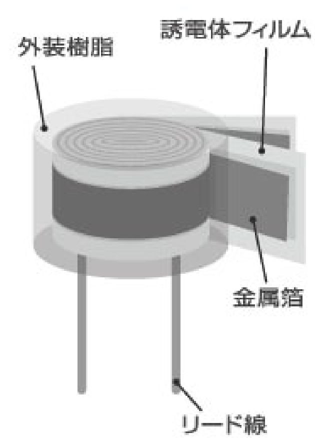
________________（parallel-plate condenser）という。

色々なコンデンサ

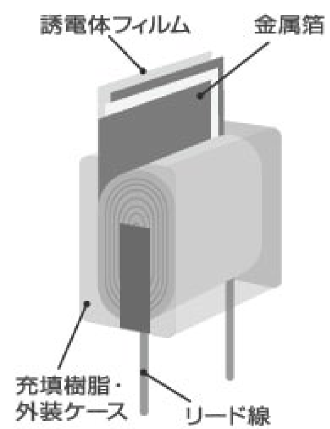


ポイント：構造的には空洞(隙間)があるので工夫が必要です。
研磨を仕上げるには、隙間が見えたら瞬間接着剤を注入し固定します。

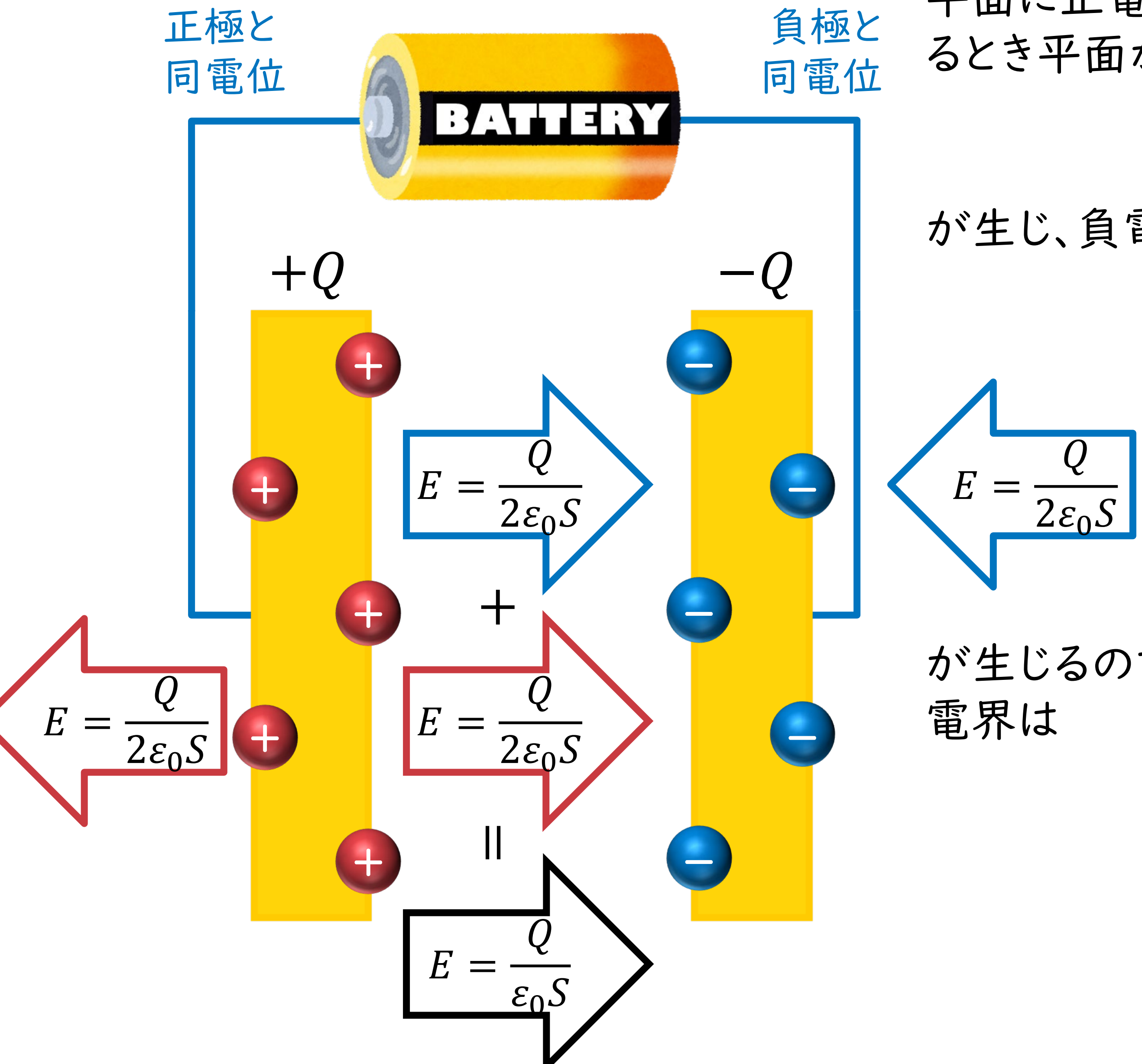
< 巻回型/誘導型 >



< 巻回型/無誘導型 >



極板間の電界



平面に正電荷が一様に分布しているとき平面から出ていく方向に電界

$$E = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} \ [\mathrm{V/m}]$$

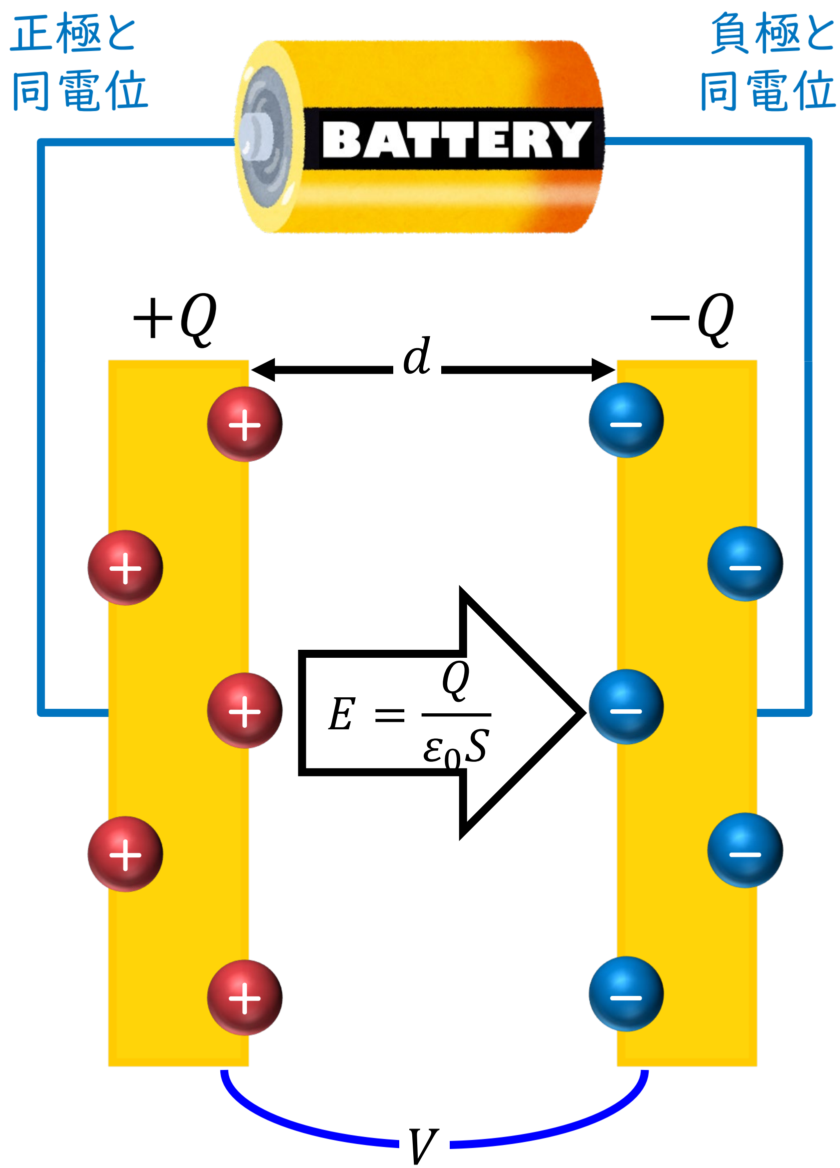
が生じ、負電荷ならば平面に向かって

$$E = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} \ [\mathrm{V/m}]$$

が生じるので、電極間にはたらいている電界は

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} \ [\mathrm{V/m}]$$

電気容量



極板間の距離をd、電位差をVとすると、

$$V = Ed$$

であるから

$$V = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} \cdot d \ [\mathrm{V}]$$

よって

$$Q = \boxed{\varepsilon_0 \frac{S}{d}} \cdot V \ [\mathrm{C}]$$

[F]

コンデンサーの電気容量（静電容量）

電荷を蓄える能力を示す

$$\boxed{\boldsymbol{Q = CV}}$$

単位は $[\mathrm{C/V}] = [\mathrm{F}]$

数値が大きすぎるため一般には

$[\mathrm{\mu F}] = 10^{-6}[\mathrm{F}]$　　$[\mathrm{pF}] = 10^{-12}[\mathrm{F}]$

例題1、演習1 ［コンデンサの電気容量］

【例題1】極板の面積100 $\mathrm{cm^2}$、その間隔が1.00 mmのコンデンサの電気容量は何pFか。ただし、真空の誘電率 $\boldsymbol{\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \left[\mathrm{C^2/N \cdot m^2}\right]}$ とする。

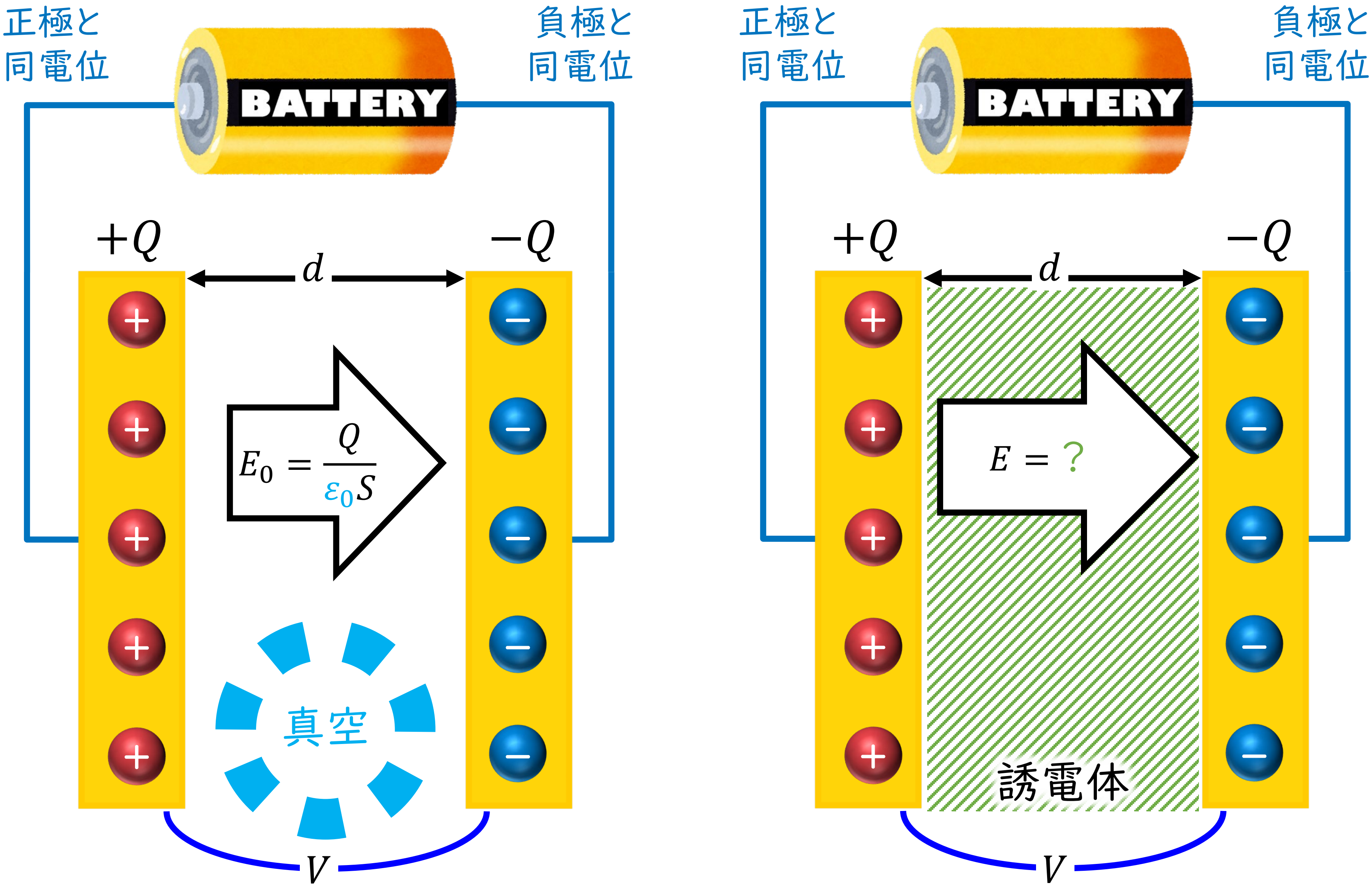
$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}\ [\mathrm{F}]$$

より

$$\begin{aligned} C &= (8.85 \times 10^{-12}) \times \frac{100 \times 10^{-2\times 2}}{1.00 \times 10^{-3}}\ [\mathrm{F}] \\ &= 8.85 \times \frac{100}{1.00} \times 10^{-12-2\times 2-(-3)}\ [\mathrm{F}] \\ &= 885 \times 10^{-13}\ [\mathrm{F}] = 88.5 \times 10^{-12}\ [\mathrm{F}]\ = \underline{88.5\ [\mathrm{pF}]} \end{aligned}$$

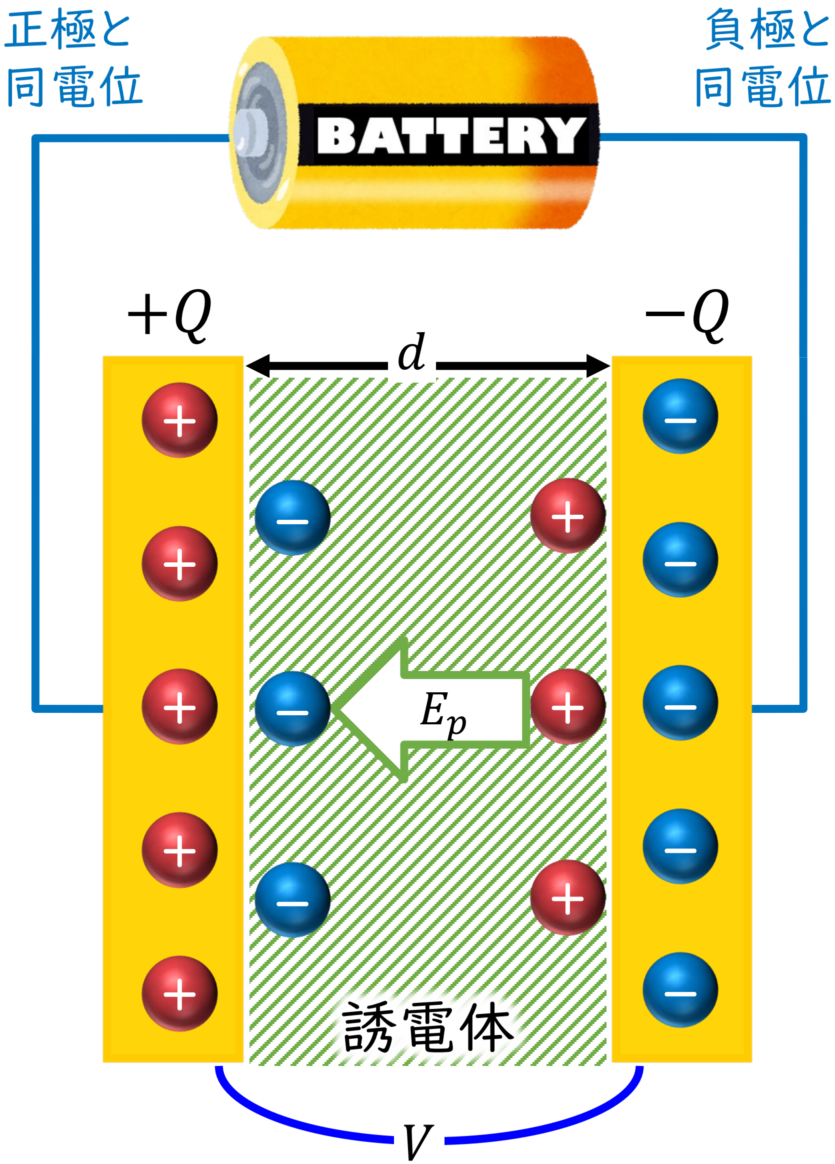
【演習1】電気容量0.1 pF、極板の面積10 $\mathrm{\mu m^2}$ のコンデンサの電極間隔は何nmか。ただし、真空の誘電率 $\boldsymbol{\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \left[\mathrm{C^2/N \cdot m^2}\right]}$ とする。

誘電体



正極と
同電位
BATTERY
負極と
同電位
$+Q$
$-Q$
d
$E_0 = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$
真空
V
正極と
同電位
BATTERY
負極と
同電位
$+Q$
$-Q$
d
$E = ?$
誘電体
V

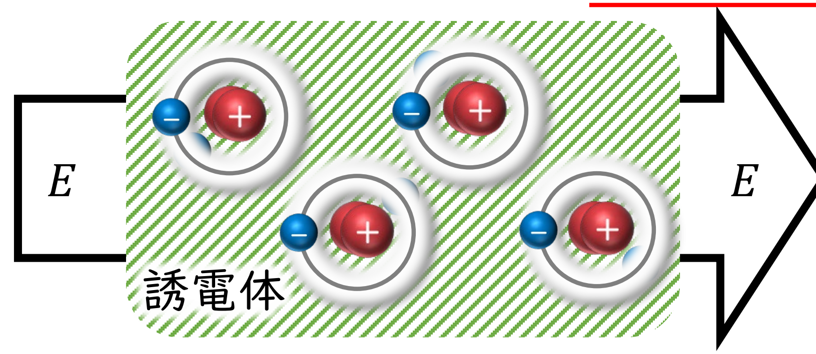
誘電体



電極の間に＿＿＿＿＿＿＿＿を挿入する

電気を流しにくい
（電荷が動きにくい）物質

誘電体に電場をかけると
電荷は動かないが少し偏る（＿＿＿＿＿）



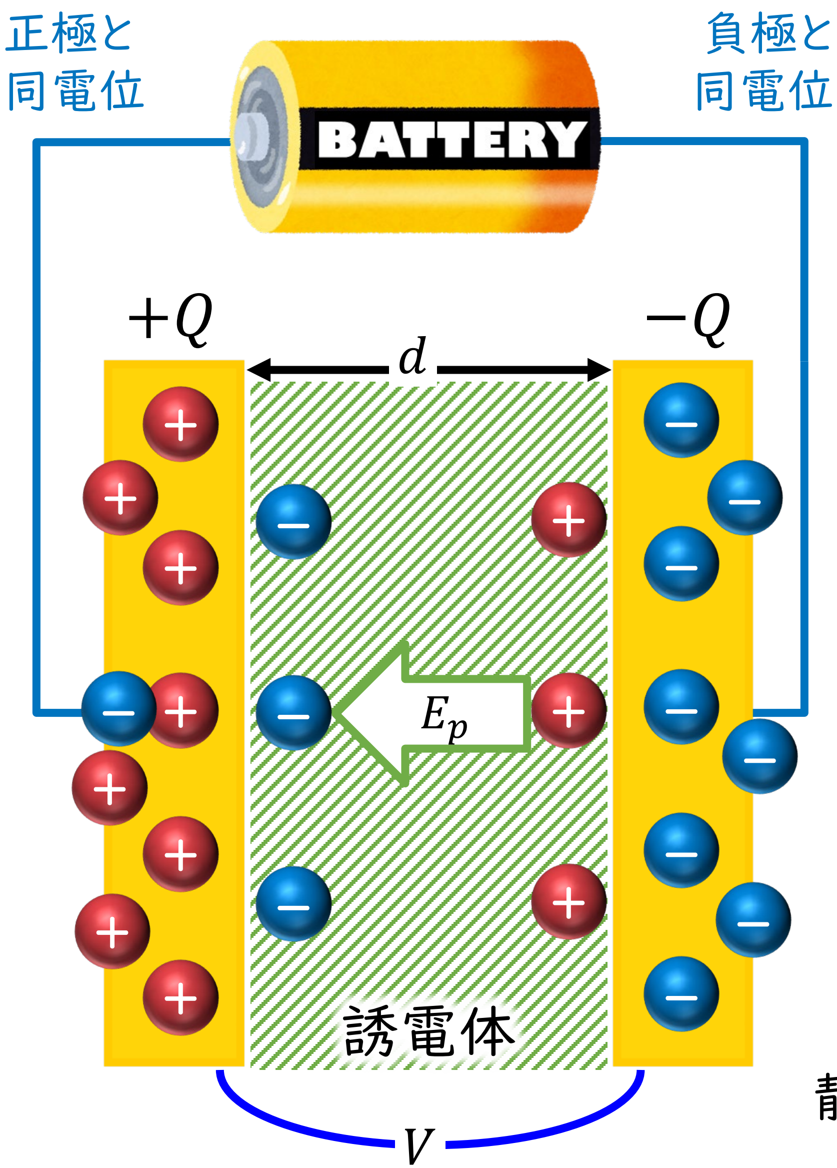
誘電分極によって生じる電場E_pの分、
内部の電場は弱められてしまうが、

$$V = Ed$$

電池同じ　距離も同じ

より、Vもdも変わっていないので
Eも変化できない。

誘電体



誘電体挿入後の電場E'はE_pの分だけ強くならなくてはいけないので、

$$E' = E_0 + E_p$$

電池によってさらに電荷が電極から運ばれて、より多くの電荷が電極に溜まる

⇩

静電容量が大きくなる

もとの容量C_0に対してε_r倍大きくなったとすると、

ε_r:比誘電率

$$C = \varepsilon_r C_0[\mathrm{F}] \quad = \underline{\varepsilon_r \varepsilon_0} \frac{S}{d} [\mathrm{F}]$$

||

ε:誘電体の誘電率

静電容量を大きくしたければ
面積大きく
間隔狭く
誘電率大きく

比誘電率

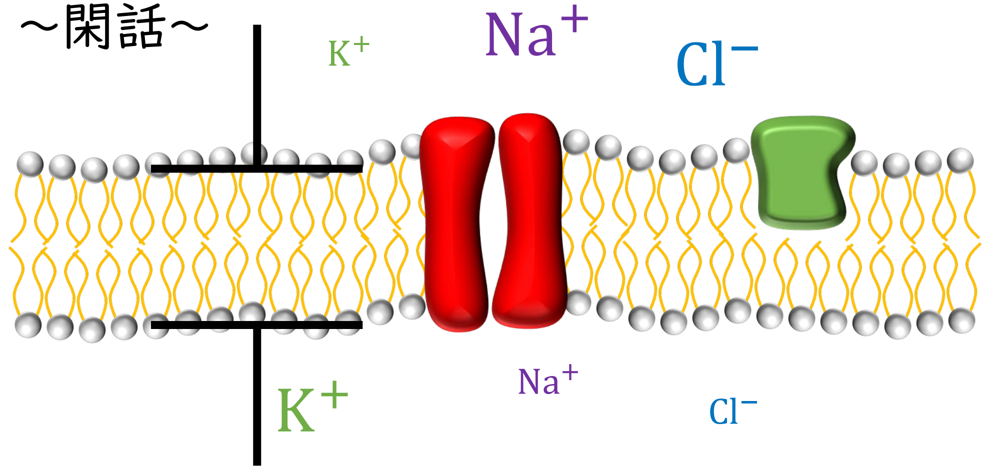
誘電率　物質中の電荷がどの程度動きやすいかを表す指標

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

物質	比誘電率
真空	1
空気	1.0006
パラフィン	1.9～2.3
ゴム	2.0～3.5
エボナイト	2.7～2.9
ガラス	5～10
ダイヤモンド	5.68
アルミナ	8.5
アルコール	16～31
水（20℃）	80.4
チタン酸バリウム	＞250000

物質	比誘電率
骨	640
脂肪	～3000
血液	～2800
筋肉（平行）	～8000

～閑話～



細胞外液、内液は電解質なので電気を流す
リン脂質の細胞膜は電気を通さない誘電体なので、
静止電位では細胞膜はコンデンサのように振る舞う

例題2、演習2［誘電体］

【例題2】厚さ$\mathbf{10\,\mu m}$、比誘電率$\mathbf{10}$、面積$\mathbf{0.1\ m^2}$のフィルムでコンデンサーをつくり、$\mathbf{1V}$の電池につなぐと何クーロンの電荷がたまるか

$C = \varepsilon \dfrac{S}{d}\ [\mathrm{F}]$　より　$C = (10 \times 8.85 \times 10^{-12}) \times \dfrac{0.1}{10 \times 10^{-6}}\ [\mathrm{F}]$

$$= 88.5 \times \frac{0.1}{10} \times 10^{-12-(-6)}\ [\mathrm{F}] = 0.885 \times 10^{-6}\ [\mathrm{F}]$$

$Q = CV\ [\mathrm{C}]$　より　$Q = 0.885 \times 10^{-6} \times 1\ [\mathrm{C}] = \underline{0.885\ [\mu\mathrm{C}]}$

【演習2】細胞膜の電気容量は人間、動物によらず$\mathbf{1\ \mu F/cm^2}$である。

細胞膜の厚さを$\mathbf{100 \sim 150}$Å（$\mathbf{1}$Å$\mathbf{\,= 1 \times 10^{-10}\ m}$）とすると、比誘電率はいくらになるか。