基礎物理学 II

（第2回） 静電場（2）

【今日の内容】
- 電場
- 電気力線
- ガウスの法則

担当教員：西沢望（S-305）： nishizawa.nozomi@kitasato-u.ac.jp

（復習）クーロンの法則

力学との対応

静電気力 - 万有引力

クーロンの法則

「2つの電荷は互いに 力を及ぼし合い、
その大きさ F[N] は、
それぞれの電荷量 q_1[C], q_2[C]の積に比例し、
物体間の距離 r[m] の2乗に反比例する」

$$\boxed{F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

ここで k はクーロン定数といい、

$$k \cong 9.0 \times 10^9\ [\mathrm{N \cdot m^2/C^2}]$$

復習

万有引力の法則

「2つの物体は互いに引力を及ぼし合い、
その大きさ F[N] は、
それぞれの質量 M[kg], m[kg] の積に比例し、
物体間の距離 r[m] の2乗に反比例する」

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

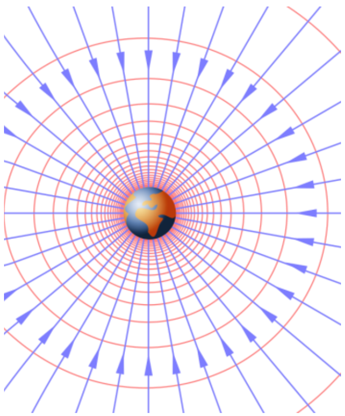
ここで G は万有引力定数といい、

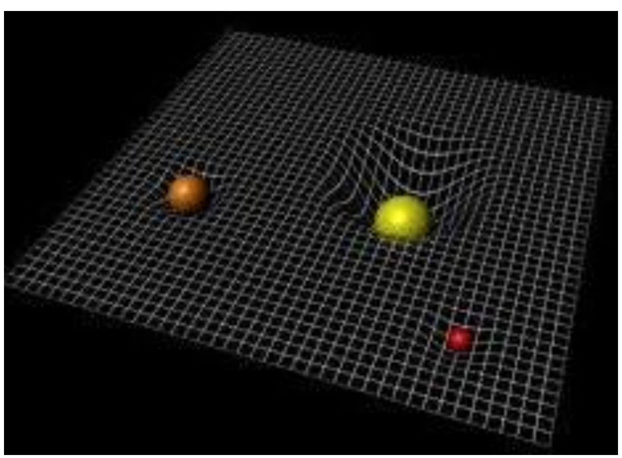
$$G \cong 6.673 \times 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}]$$

場の概念

万有引力の法則

$$F = G\frac{Mm}{r^2} = m \cdot \boxed{G\frac{M}{r^2}}$$





地表で地球の重力のみを考えればいい場合は

$$g(\boldsymbol{x}) = G\frac{M_E}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_E|^2}$$

(M_E:地球の質量)
(r_E:地球の中心の座標)

の加速度が生じる。

月の重力も加えて考えなくてはいけない場合は

$$g(\boldsymbol{x}) = G\frac{M_E}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_E|^2}\cdot\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_E)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_E|} + G\frac{M_M}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_M|^2}\cdot\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_M)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_M|}$$

となる。

(M_M:月の質量)
(r_M:月の中心の座標)

これを<u>重ね合わせの原理</u>という

さらに多くの星の重力も加えて考えなくてはいけない場合は

$$g(x) = G\sum_i \frac{M_i}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|^2}\cdot\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|}$$

となる。

これを＿＿＿＿という。

位置 r にある質量 m の物体にはたらく重力は

$$m\cdot g(\boldsymbol{x}) = m\cdot G\sum_i \frac{M_i}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|^2}\cdot\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|}$$

と書くことができる

電場

クーロンの法則

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2} \quad = q \cdot \boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2}}$$

電荷q_0がつくる

____

(Electric Field)

電荷q_0がつくる電場が電荷 q に及ぼす力$\boldsymbol{F}$ は
電場 $\boldsymbol{E}$ を用いて

____

と表せる。このとき電場 $\boldsymbol{E}$ の大きさは

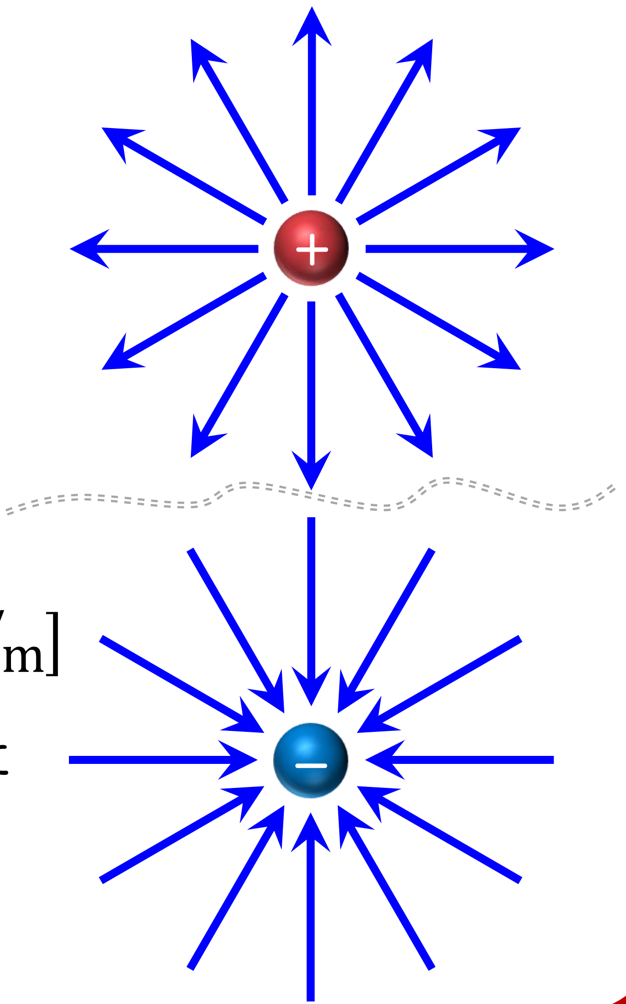
$$E(x) = \frac{F}{q} = \underline{\qquad\qquad\qquad}$$ $[\mathrm{N}/\mathrm{C}]$または $[\mathrm{V}/\mathrm{m}]$

方向も含めると電場 $\boldsymbol{E}$ は

$$E(\boldsymbol{x}) = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$ $[\mathrm{N}/\mathrm{C}]$ または$[\mathrm{V}/\mathrm{m}]$

その空間に点電荷が複数ある場合は重力場と同様に
重ね合わせの原理が適用される

$$E(\boldsymbol{x}) = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|^2}\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{r}_i|}$$



[例題1] 電場

1. $+2.0\times10^{-6}$ [C] の電荷が距離 0.30 [m] 離れた点につくる電場の強さはいくらか

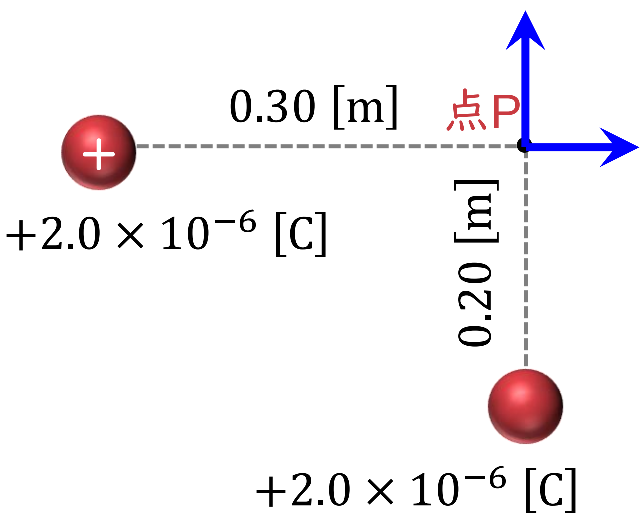
$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2} \text{ より} \qquad \boldsymbol{E_1}=(9.0\times10^{9})\times\frac{(+2\times10^{-6})}{(0.30)^2}\left[\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\cdot\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m^2}}\right]$$

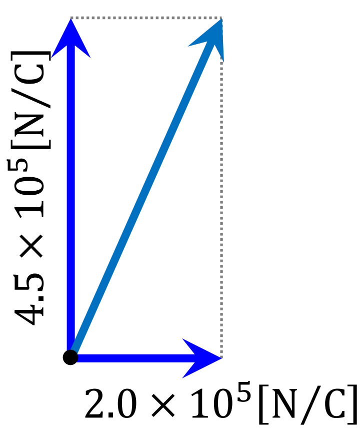
$$=\left(\frac{9.0\times2}{0.30^2}\right)\times10^{9+(-6)} \quad [\mathrm{N/C}]$$

$$=200\times10^{3} \quad [\mathrm{N/C}] \quad =\underline{2.0\times10^{5}\quad[\mathrm{N/C}]}$$

2. 同じ電荷量の電荷が左下の位置にある時、点Pにおける電場の強さはいくらか

同様に $\boldsymbol{E_2}=\left(\dfrac{9.0\times2}{0.20^2}\right)\times10^{9+(-6)}=\underline{4.5\times10^{5}\quad[\mathrm{N/C}]}$





$$\boldsymbol{E}=\sqrt{\boldsymbol{E_1}^2+\boldsymbol{E_2}^2}$$

$$=\sqrt{(2.0\times10^{5})^2+(4.5\times10^{5})^2}$$

$$=4.92\times10^{5}$$

$$=\underline{4.9\times10^{5}\quad[\mathrm{N/C}]}$$

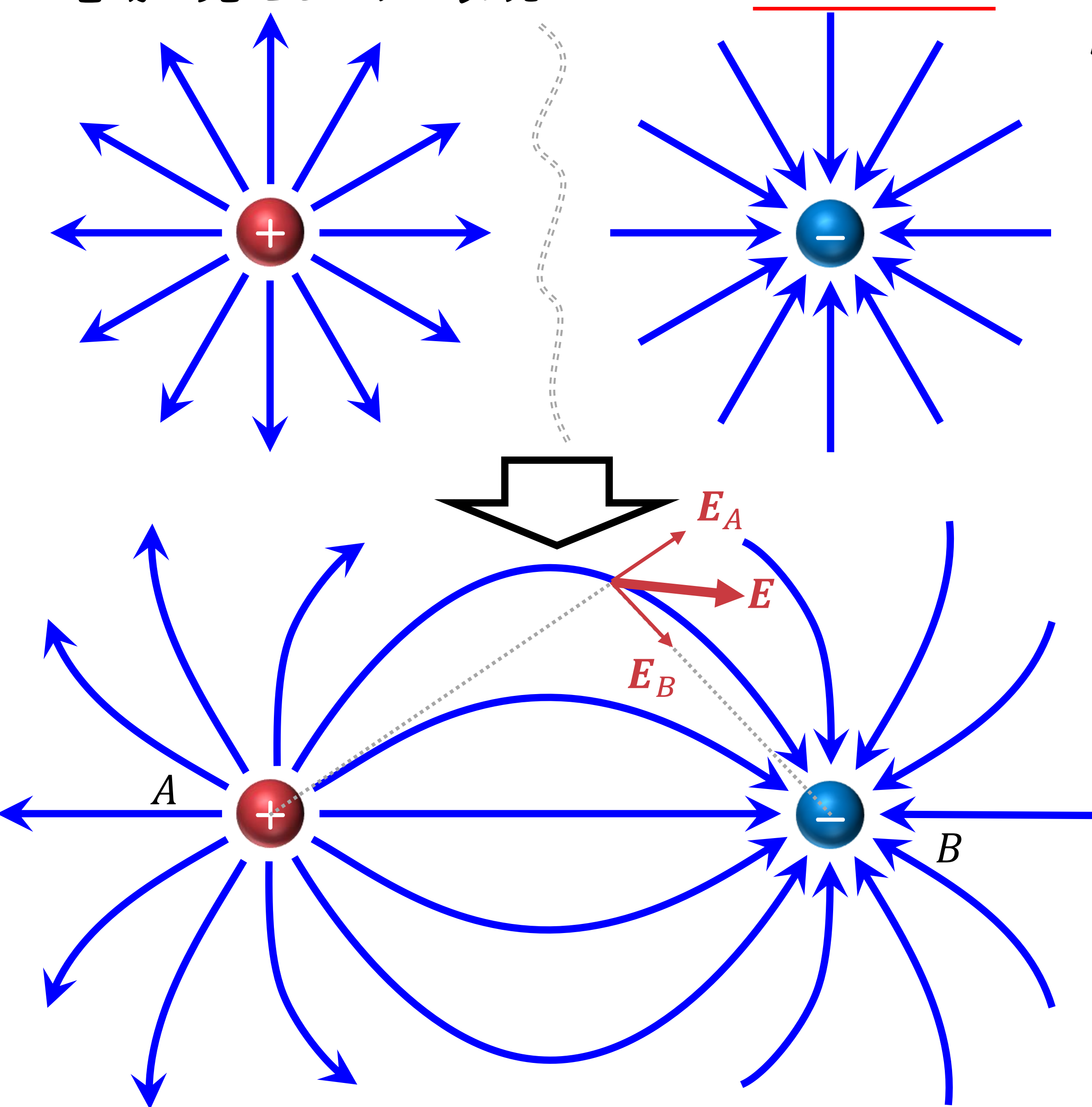
［演習I］ 電場

1. 正電荷をもった帯電球Aが$1.0\ \mathrm{cm}$ 離れた点につくる電場の強さが $2.0 \times 10^4\ [\mathrm{N/C}]$ であったとき電荷 q はいくらか

2. 1.と同じ電荷を下図の点Aと点Bに配置したとき、点Cにおける電場の強さを求めよ。

電気力線

電場を見えるように表現したい ➔



電気力線を書くときのルール

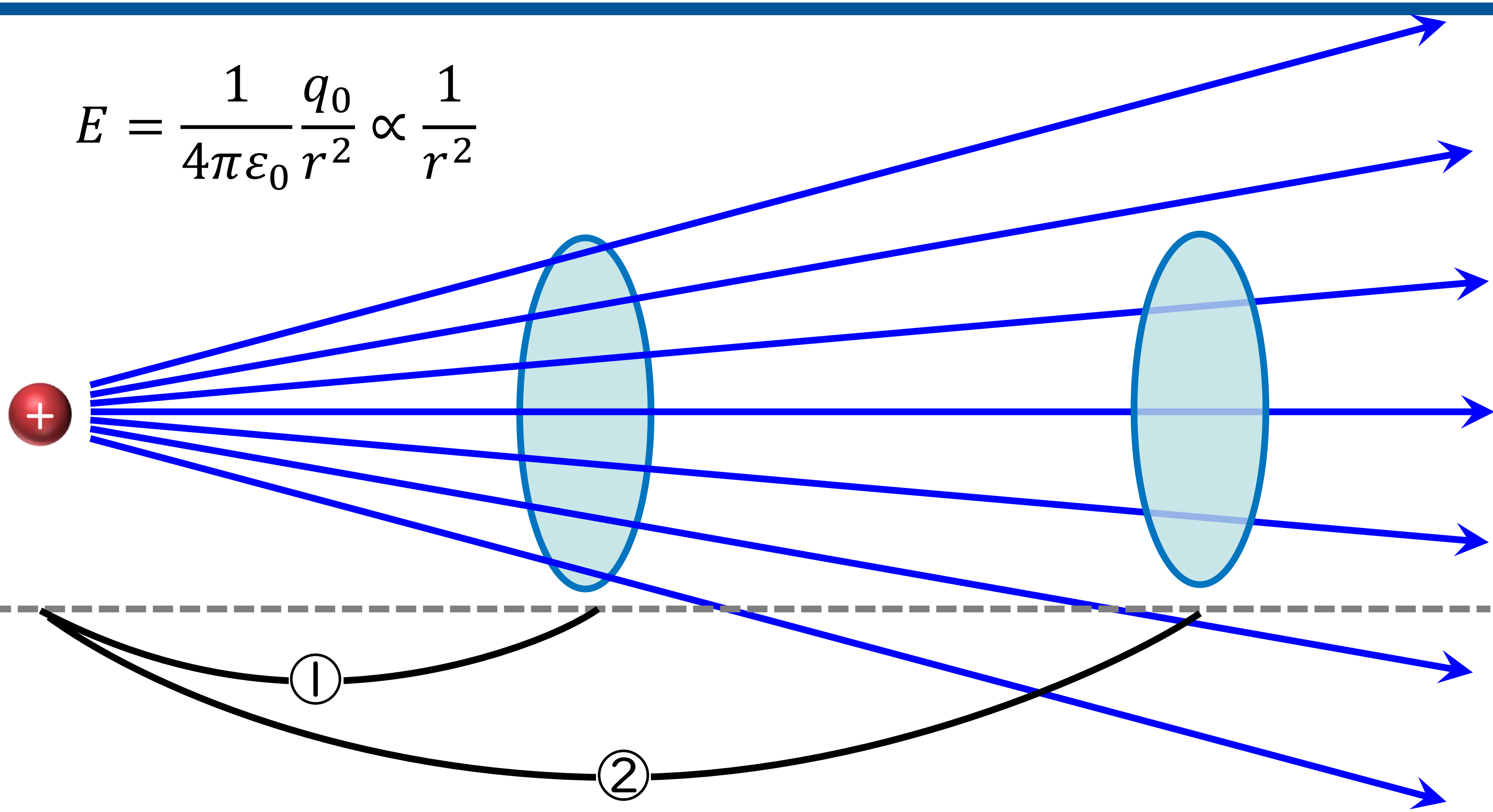
① 電気力線は、正の電荷から出て、負の電荷に入る

② ある点の電場の方向は、ただ1つに定まるので、電気力線は途中で交わらない。

③ 電気力線の接戦の方向、向きはその点の電場の方向、向きと一致する。

電場の強さと電気力線

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2} \propto \frac{1}{r^2}$$



単位面積を通過する本数は距離が2倍になると1/4になる。

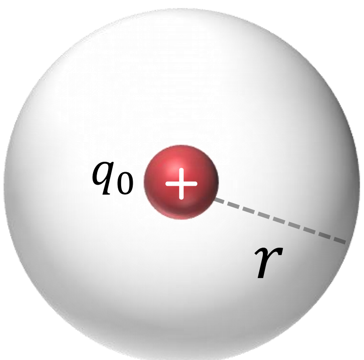
→ 線の本数は（本数密度）は距離の2乗に＿＿＿＿する

➔ 電気力線の本数＿＿＿により電場の強さを表すことができる。

ガウスの法則

電気力線の本数密度と電場の強さの関係

「電場の強さ E の点には、電場と垂直な面 $1\mathrm{m}^2$ あたり＿本の電気力線が通る」と定義する。



電荷 q_0 を中心とする半径 r の球面を考えると、
電気力線の本数 N は

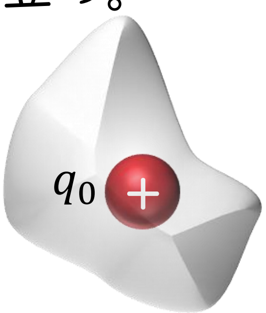
$$N[\text{本}] = E\left[{}^{\text{本}}/_{\mathrm{m}^2}\right] \times 4\pi r^2\ [\mathrm{m}^2]$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r^2} \times 4\pi r^2 \quad = \quad \underline{\qquad}\ [\text{本}]$$

これは球面でなくても、また電荷が複数分布している場合でも成り立つ。
（後の【発展】参照）よって、一般に

「任意の閉曲面内の全電荷 Q [C] のとき、

その閉曲面から出ていく電気力線の本数は Q/ε_0 本である。」

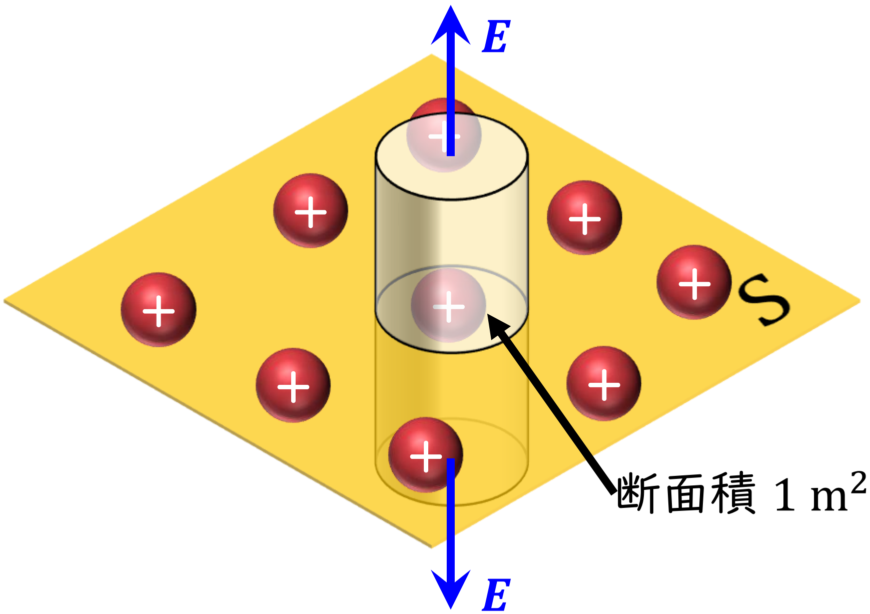


これを＿＿＿＿＿＿＿＿という。

［演習1］　ガウスの法則

十分に広い平面に正電荷が一様に分布している。面積 $S\,[\mathrm{m}^2]$、全電荷 $Q\,[\mathrm{C}]$ のとき、電場を求めよ。（平面の端については考慮しない）

電荷の分布が一様なので、電気力線は面に垂直で、面の両側で ______ 。



今、断面積 $1\ \mathrm{m}^2$ の円筒に対して、ガウスの定理を適用する。

この円筒に含まれる電荷は ______ $\left[\dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}\right]$

であるから、
この円筒から出ていく電気力線の本数は

______ [本]

である。
上下で ______ [本] ずつでていく。

断面積 $1\ \mathrm{m}^2$ であるから、これが $1\ \mathrm{m}^2$ あたりの電気力線の本数、
すなわち電場 E である。

$E =$ ______ $\left[\dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\right]$

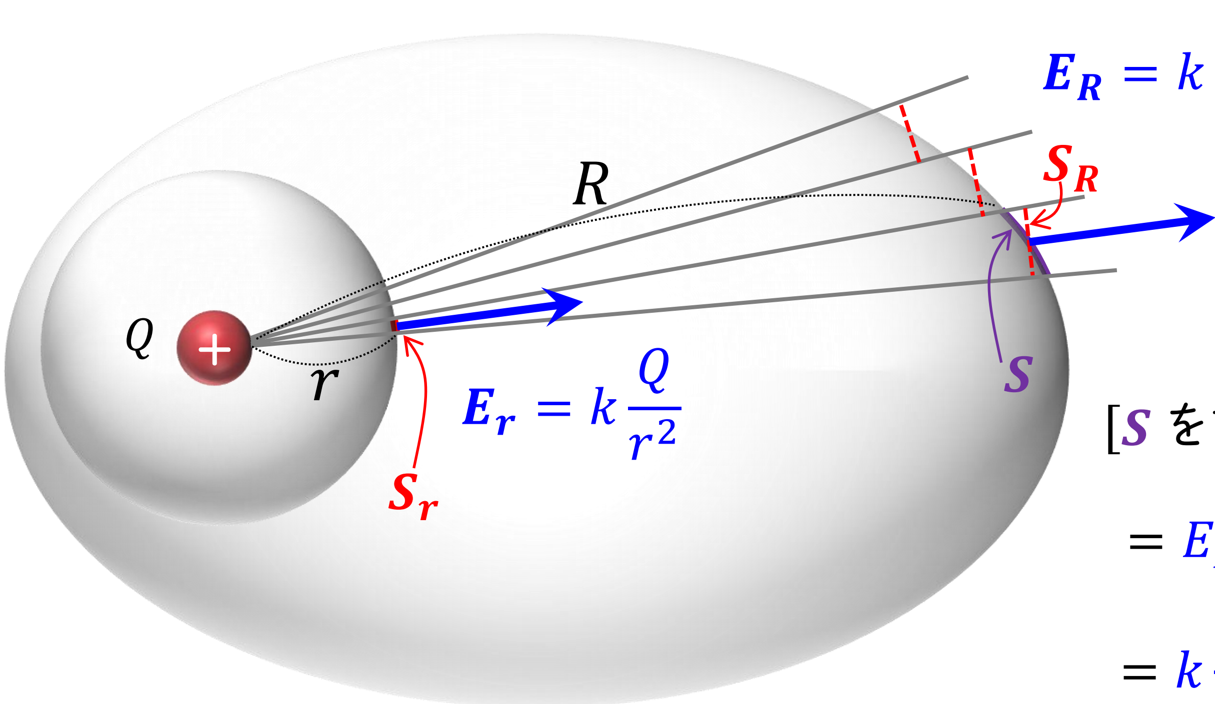
広い平面上の一様な電荷分布による電場は
平面からの距離に依らない

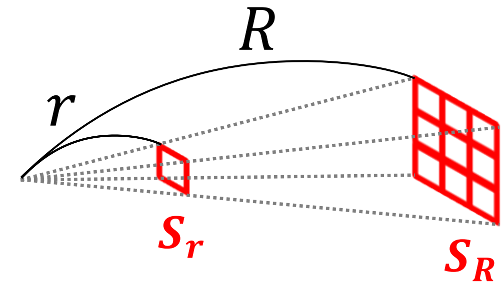
［演習2］　ガウスの法則

$+16\varepsilon_0$ [C] の電荷と$-8\varepsilon_0$ [C] の電荷があるとき、電気力線の様子を描きなさい。

【発展】ガウスの法則

閉曲面の中にただ1個の電荷Q[C]があるとき閉曲面の表面Rにおける面積素片Sを貫く電気力戦の本数を計算する。





$$\boldsymbol{S_R} = \boldsymbol{S_r} \times \frac{\boldsymbol{R^2}}{\boldsymbol{r^2}}$$

[$\boldsymbol{S}$ を貫く電気力線の本数]

$$= E_R \times S_R = k\frac{Q}{R^2} \times S_r \times \frac{R^2}{r^2}$$

$$= k\frac{Q}{r^2} \times S_r = E_r \times S_r$$

[閉曲面を貫く電気力線の総本数]

$$= \int E_R \times S_R = \int E_r \times S_r = \int k\frac{Q}{r^2} \times S_r$$

$$= k\frac{Q}{r^2} \times 4\pi r^2 = 4\pi kQ = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

よって、閉曲面を貫く電気力線の総数は、閉曲面の形や大きさによらず

$$\int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$