

基礎物理学

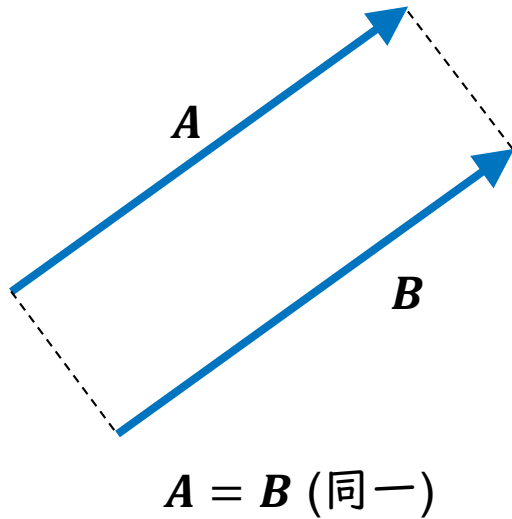
(第5回) 力のつり合い

【今日の内容】

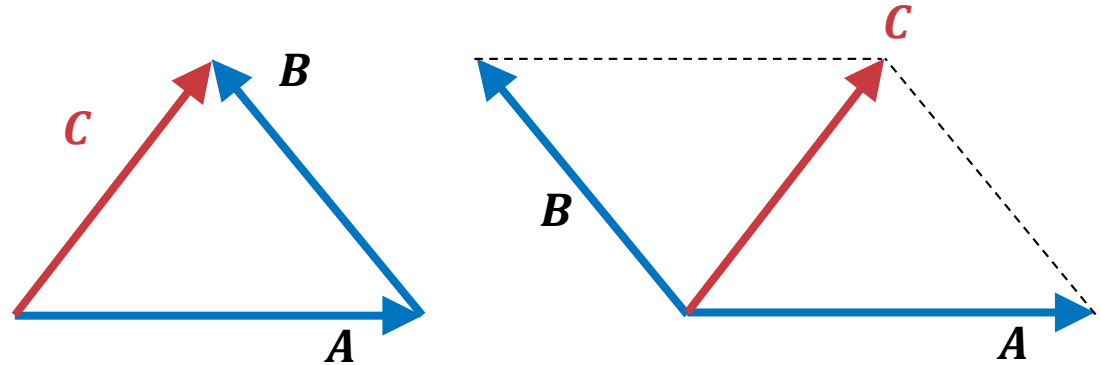
- ベクトル(復習)
- ベクトルとしての力
- つり合い

ベクトル(復習) 力学において

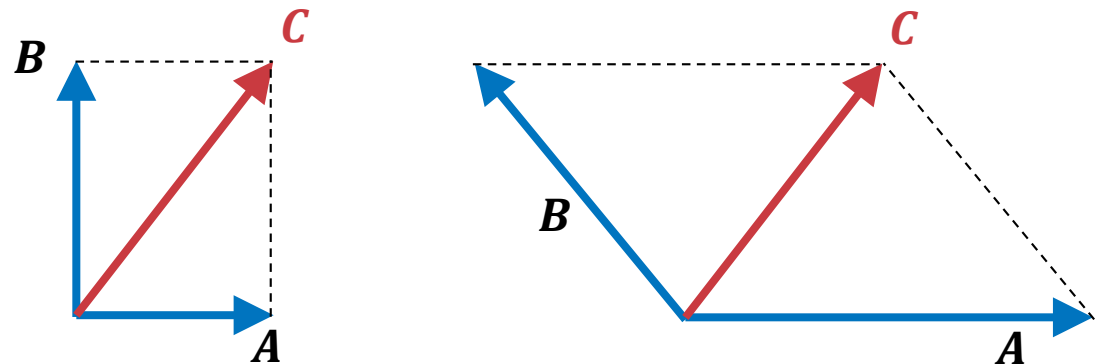
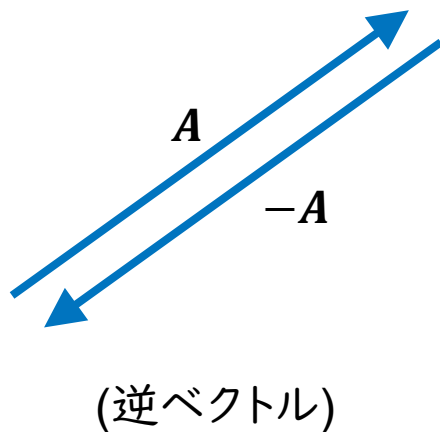
3次元空間における大きさと向きを持つ量をベクトルという。物理では \vec{A} よりも A とかく



$$A + B = C \text{ (和)}$$



$$C = A + B \text{ (分解)}$$

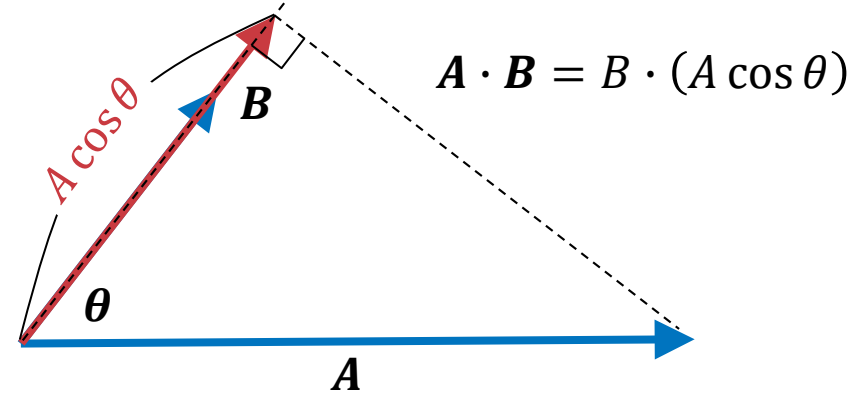
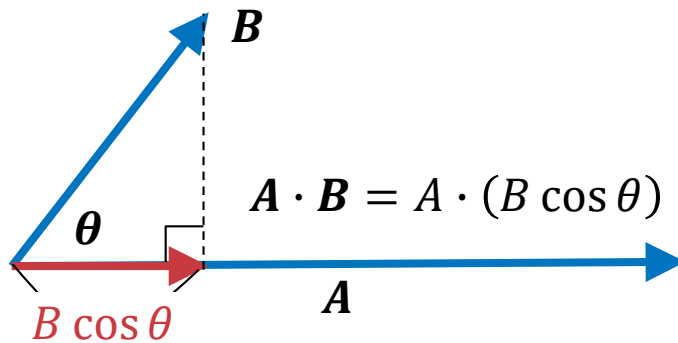


ベクトル(復習) 内積

内積

$$A \cdot B = AB \cos \theta$$

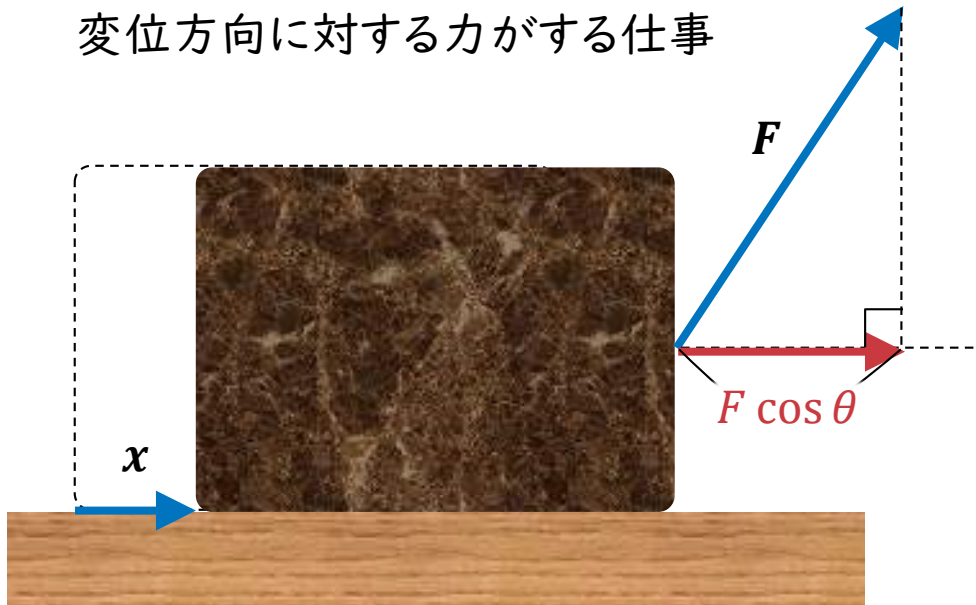
ベクトル A, B の大きさを A, B と表す。
数学では、 $\|A\|$ と記して、ノルム (norm) という



物理的意味は“ ”

変位方向に対する力がする仕事

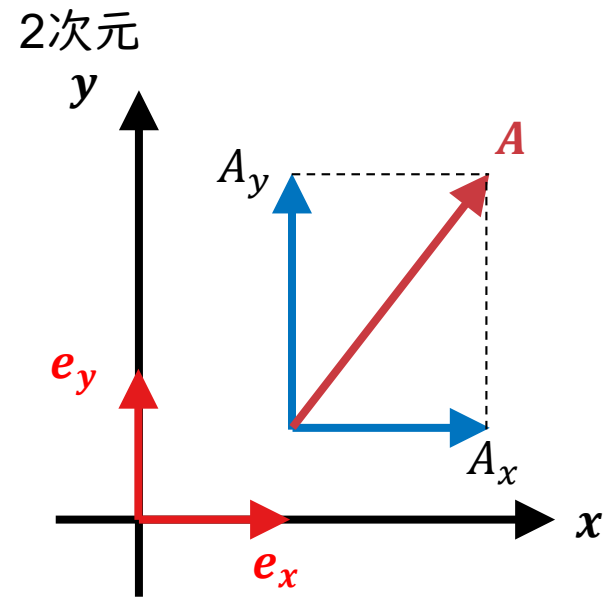
= _____



$$W = (F \cos \theta) \cdot x = F \cdot x$$

$\theta = 0^\circ$ のとき、仕事が最大
 $\theta = 90^\circ$ のとき、仕事が最小
(x 方向に仕事をしない)

ベクトル(復習) 成分表示



x, y, z 軸の正の単位ベクトルを、 e_x, e_y, e_z とすると、

$$A =$$

と書ける。
このとき、

$$e_x \cdot e_y = 0, \quad e_y \cdot e_z = 0, \quad e_z \cdot e_x = 0$$

となる座標系を _____ という

正規直交系では

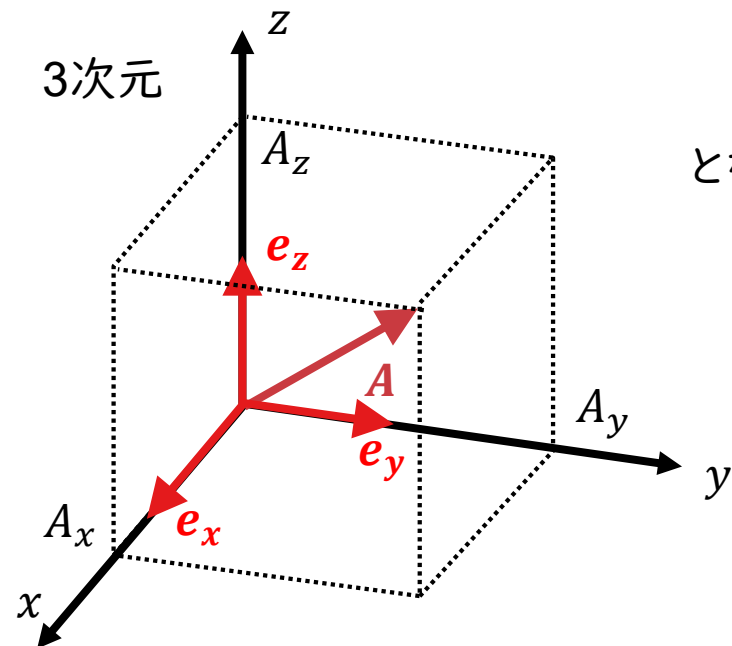
$$\begin{aligned} e_x \cdot A &= e_x \cdot (A_x e_x + A_y e_y + A_z e_z) \\ &= A_x e_x \cdot e_x + A_y e_x \cdot e_y + A_z e_x \cdot e_z \\ &= A_x \end{aligned}$$

となるので、

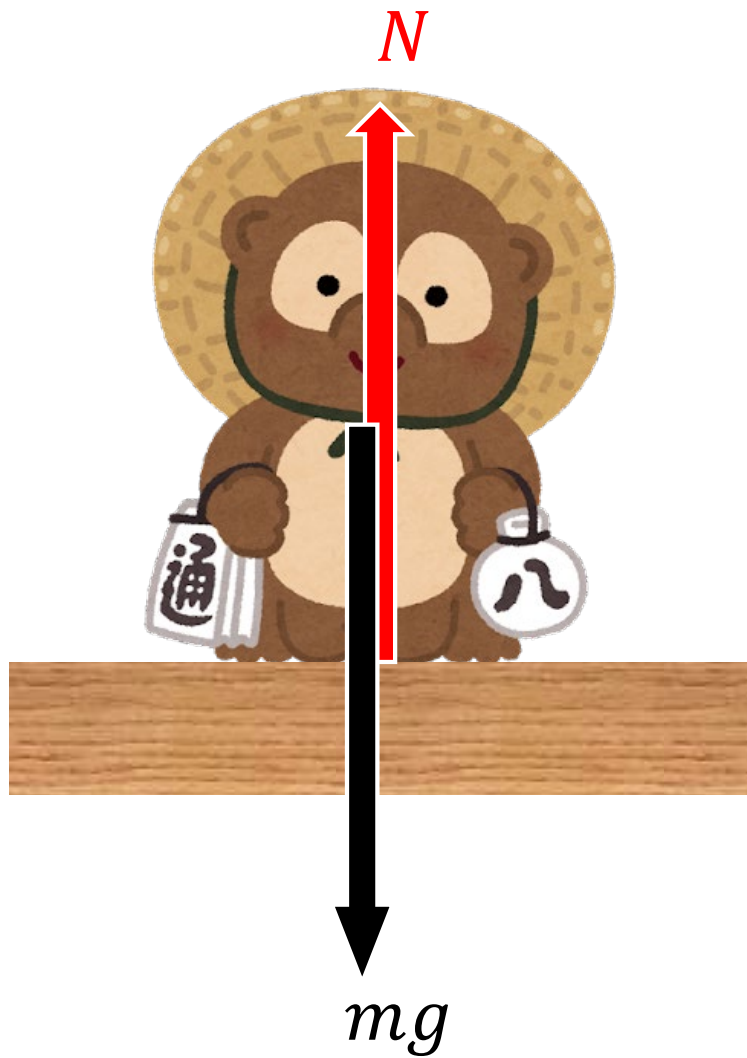
$$A_x = e_x \cdot A, \quad A_y = e_y \cdot A, \quad A_z = e_z \cdot A$$

また、内積は

$$A \cdot B =$$



ふたたび動かない狸



机の上に置物(狸)を置く

→机が壊れない限りそのまま(静止し続ける)

重力と垂直抗力が釣り合っているから動かない

力のつり合い

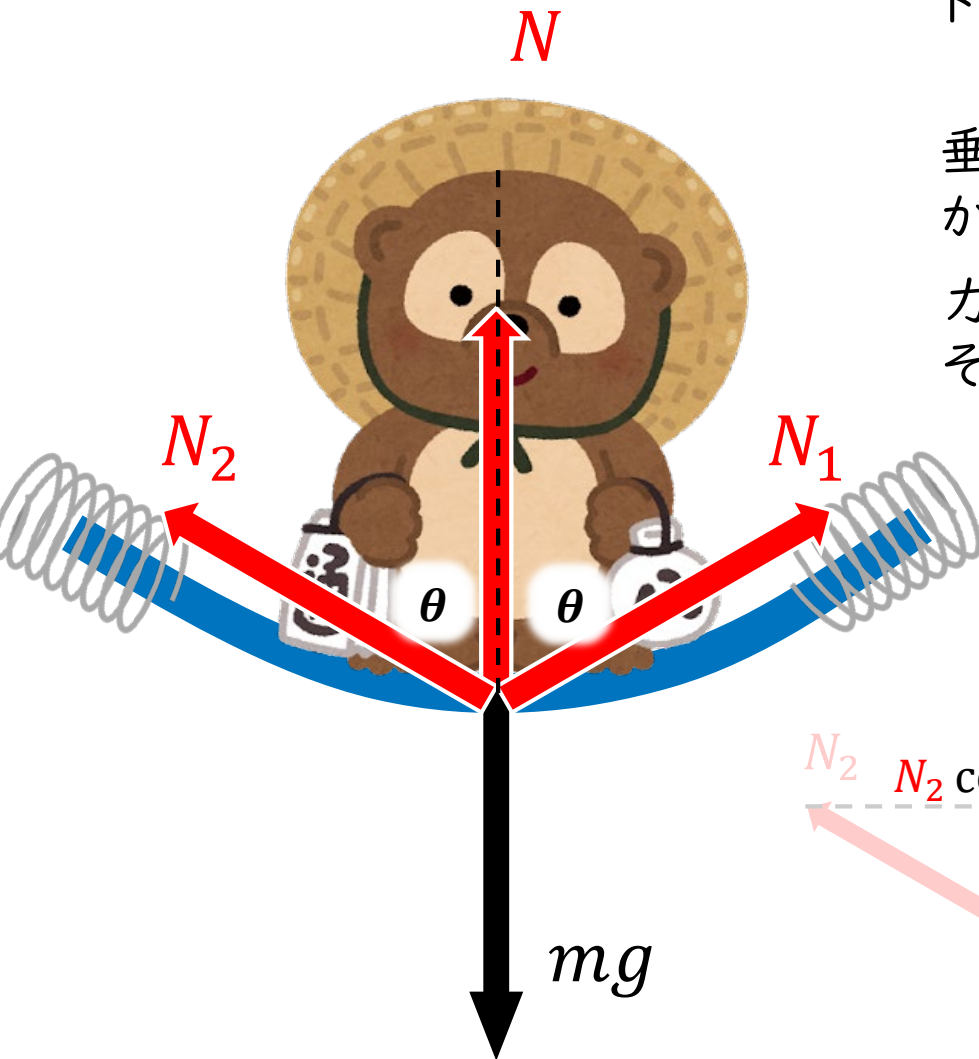
$$N = mg$$

同一直線上で逆向きに同じ大きさの力がはたらくとき

「 $N = mg$ 」といい、

このときこの直線方向に物体は動かない

トランポリンにのる狸



トランポリン上で動かないとすると

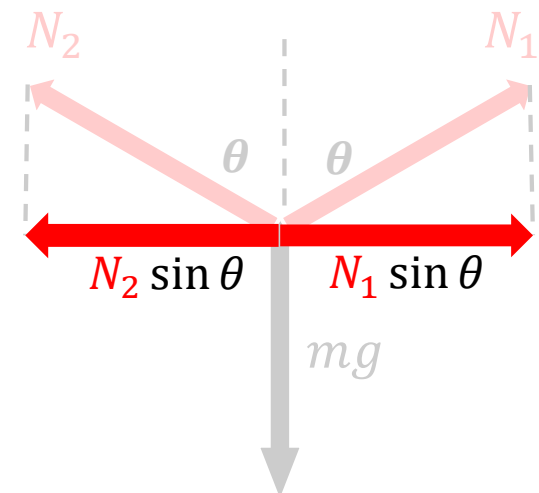
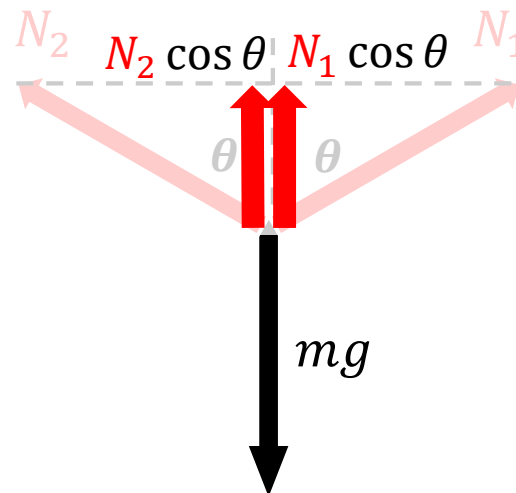
$$N = mg$$

垂直抗力は、実際にはトランポリンの両側から布ごとバネで N_1 , N_2 で引かれている。

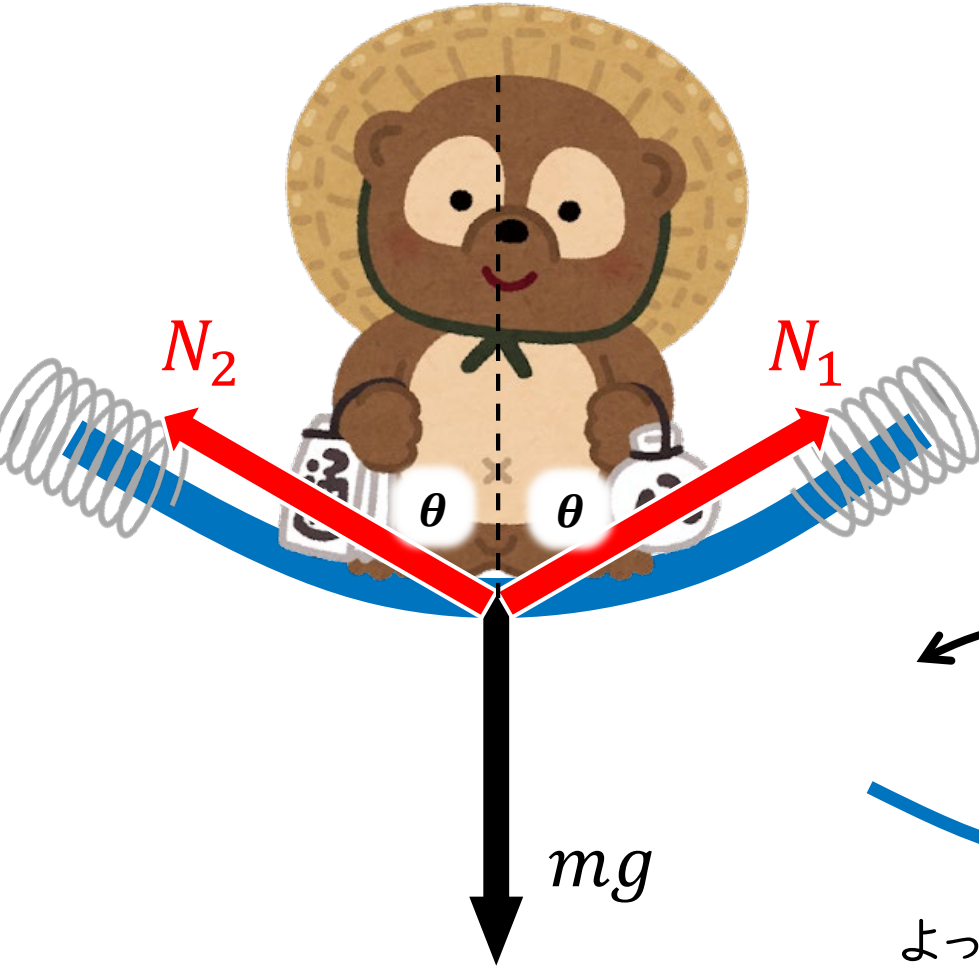
力を鉛直方向と水平方向に分解し、それぞれについて力の釣り合いを考えると

鉛直方向

水平方向



トランポリンにのる狸



鉛直方向

$$N_1 \cos \theta + N_2 \cos \theta = mg$$

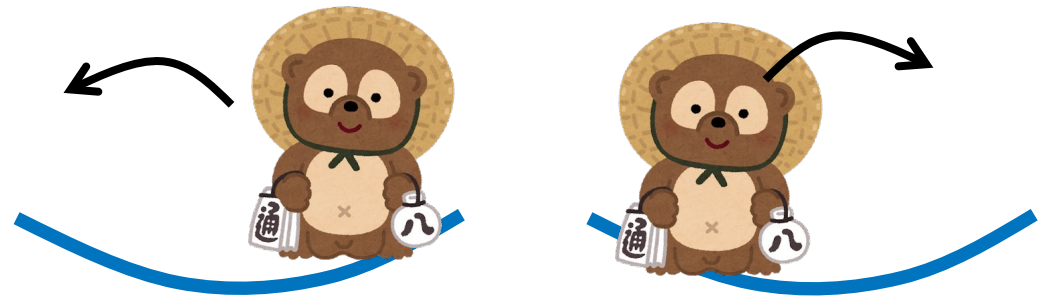
水平方向

$$N_1 \sin \theta - N_2 \sin \theta = 0$$

水平方向に止まっているための条件は

真ん中にとって、真ん中方向に弾かれる

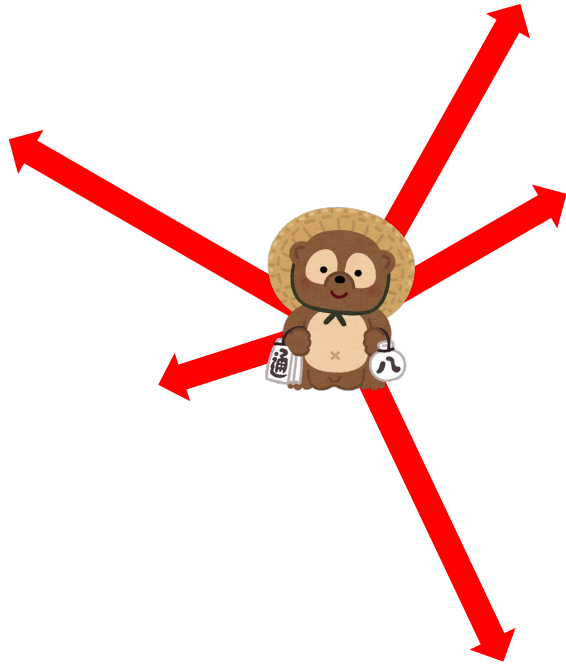
となる場所に乗らないと



よって、鉛直方向にも止まっているので

$$N_1 =$$

力のつりあい



更にいろいろな力がはたらいていて、
動かないとするとベクトルの足し算から

$$N_1 + N_2 + \dots = 0$$

n 個の力がつりあっているとき

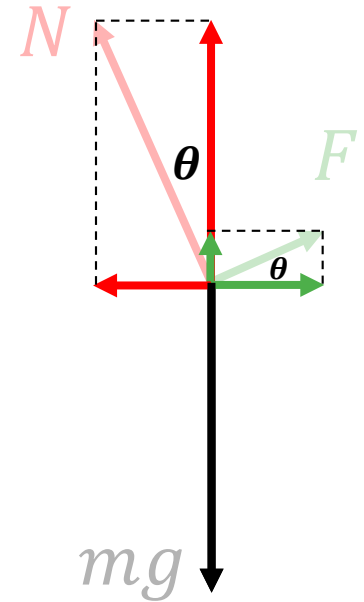
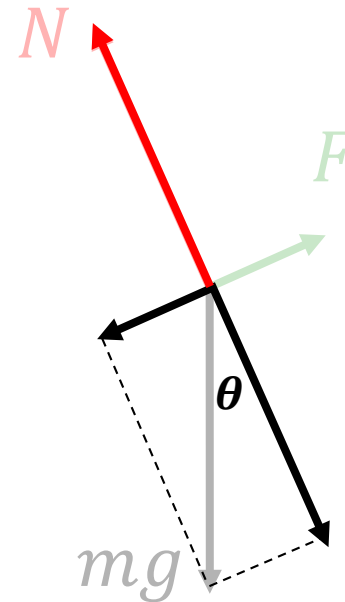
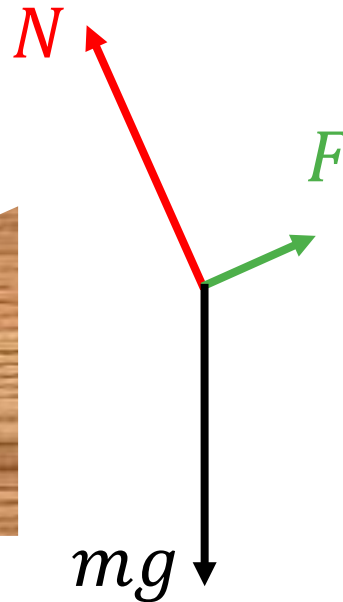
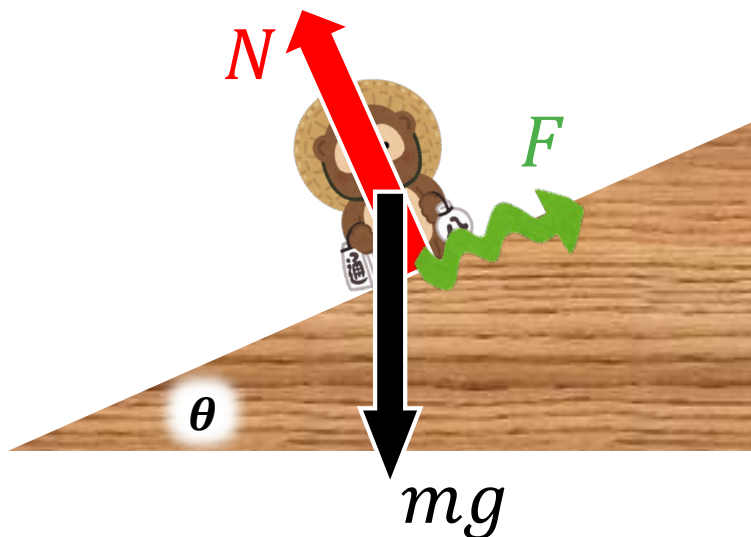
$$F_1 + F_2 + \dots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i = 0$$

x 方向

$$F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0$$

y 方向

$$F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0$$

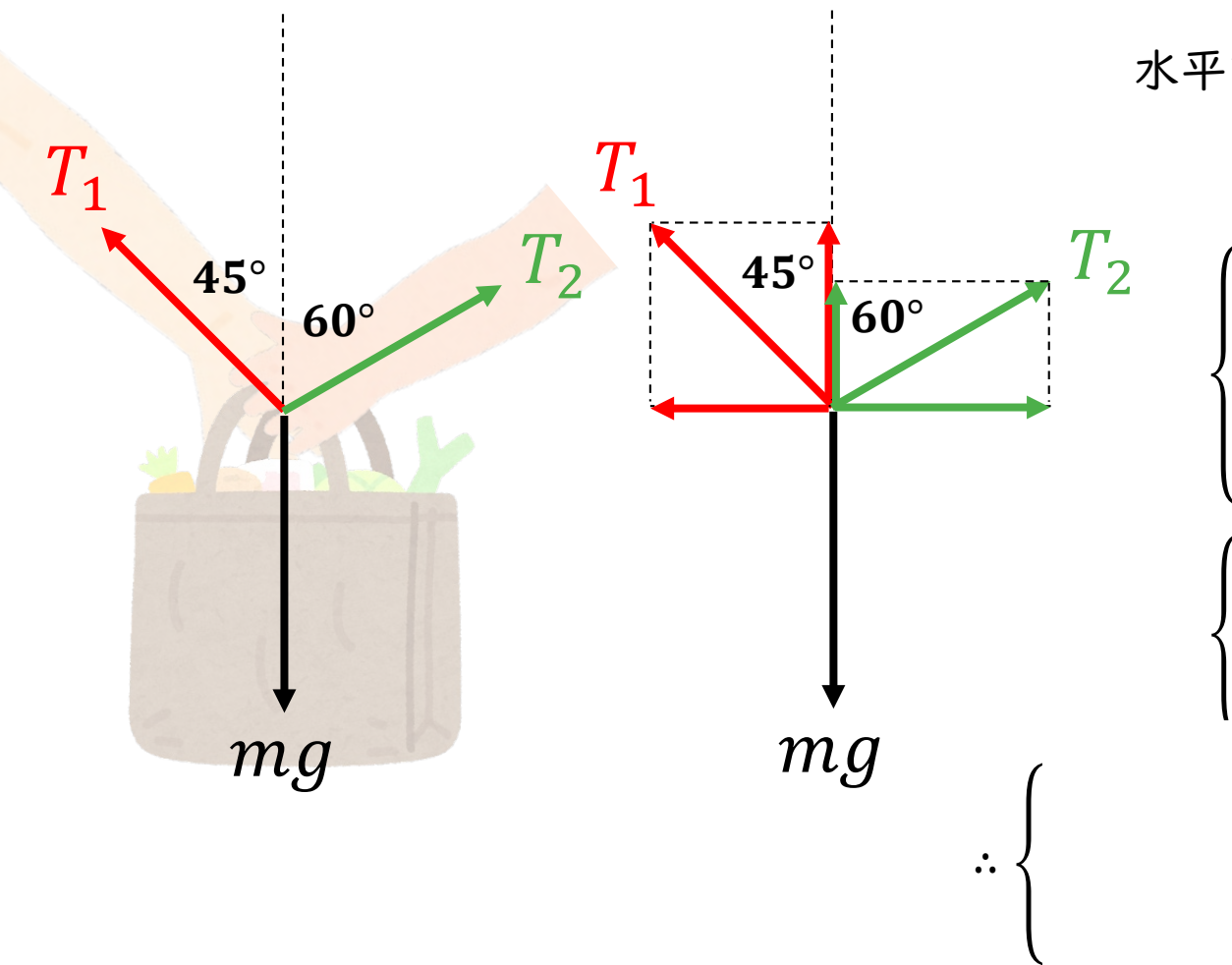


例題1 [力のつり合い]

重さ10 kgの物体を二人が一緒に持ったら鉛直と45°と60°をなした。二人の引っ張る力の大きさをそれぞれ求めよ。

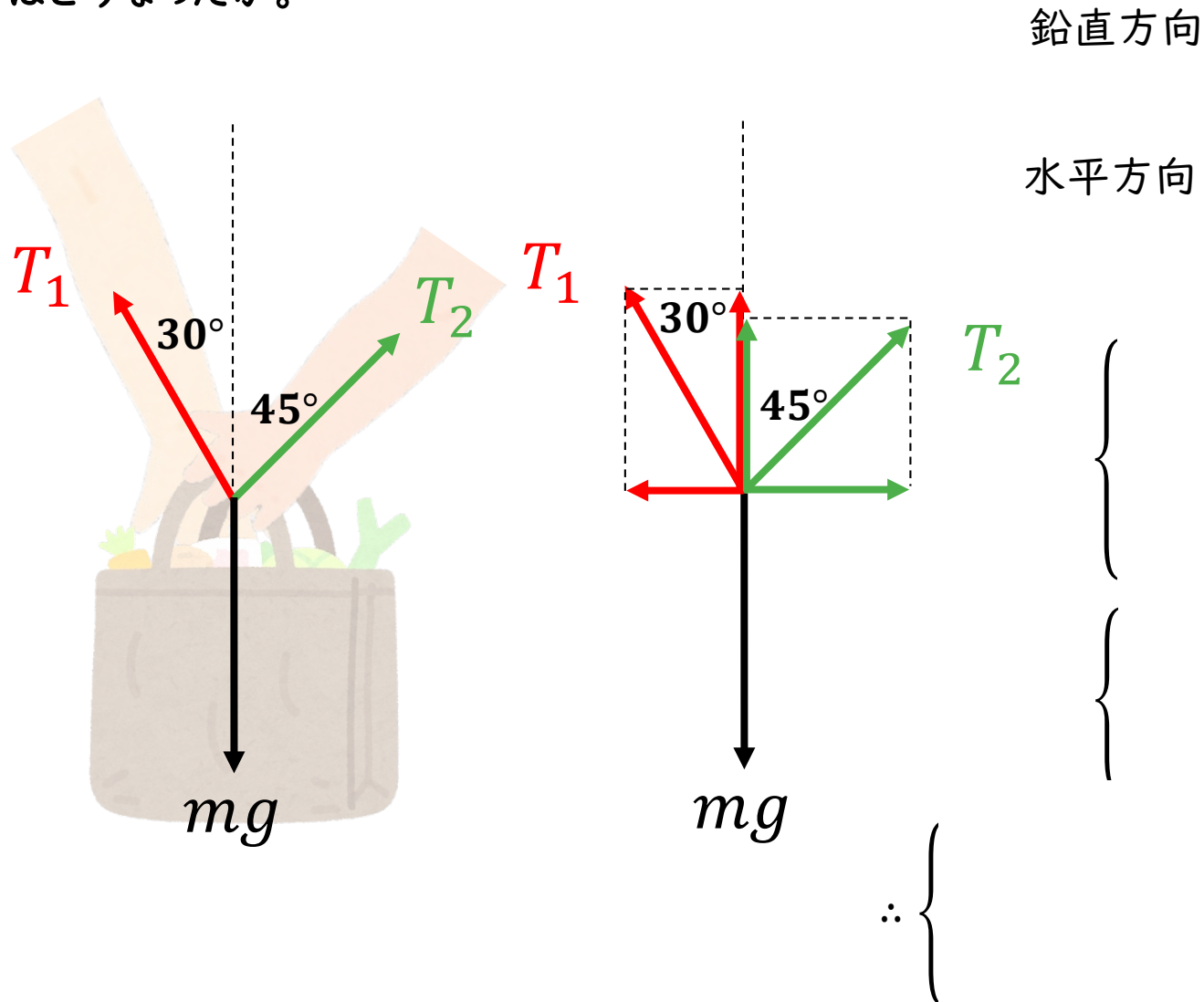
鉛直方向

水平方向



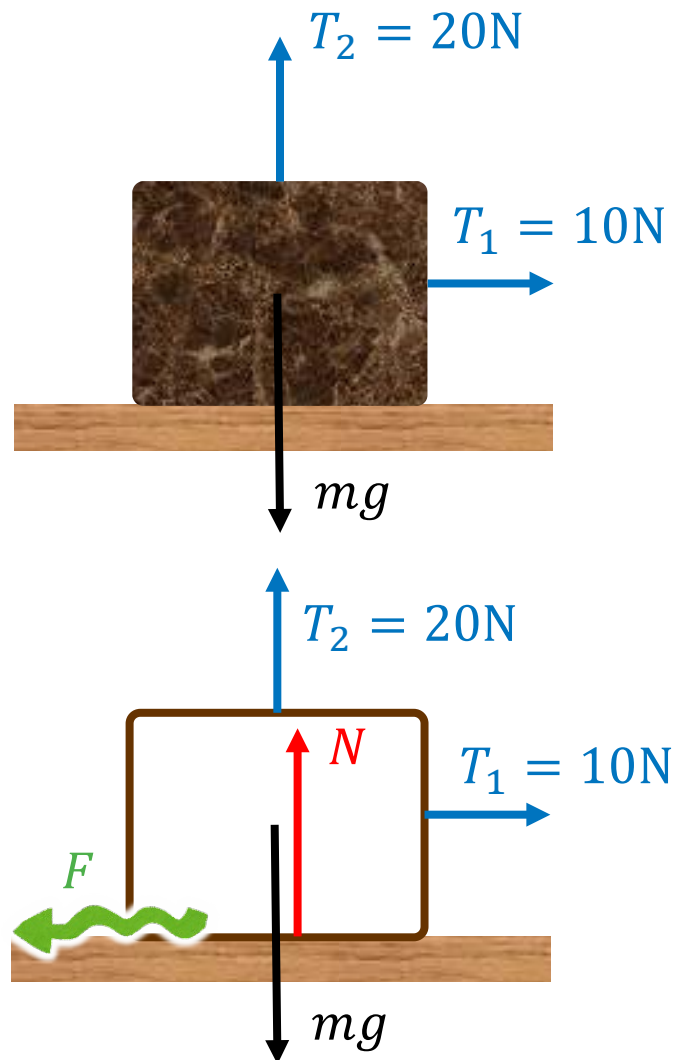
演習1 [力のつり合い]

二人が今度はもう少し近づいて持ったら鉛直と 30° と 45° になった。二人の引っ張る力の大きさはどうなったか。



例題2 [力のつり合い]

下の図のように、床の上の6kgの荷物を横方向に10N、上方向に20Nで引いたが、動かなかった。床と荷物との間の摩擦力、垂直抗力をそれぞれ求めなさい。



力はこの他に垂直抗力と摩擦力がはたらいてつりあっているので、左下のようなになる。

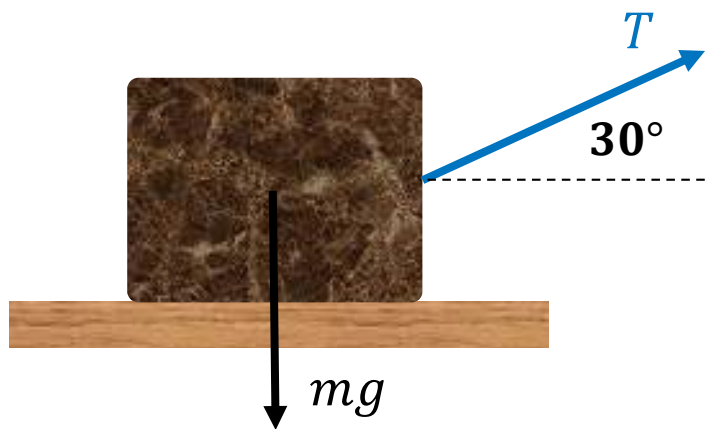
鉛直方向

水平方向

よって、

演習2 [力のつり合い]

今度は、下図のように斜め上方に引いたが動かなかったので、徐々に力を強くしたところ、動き始めた。動き始めたときに引いていた力を求めよ。静止摩擦係数を0.5とする。



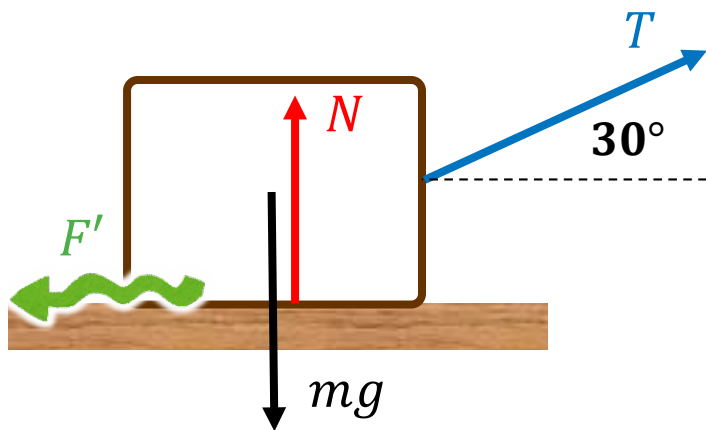
力は左下のようなになる。

鉛直方向

水平方向

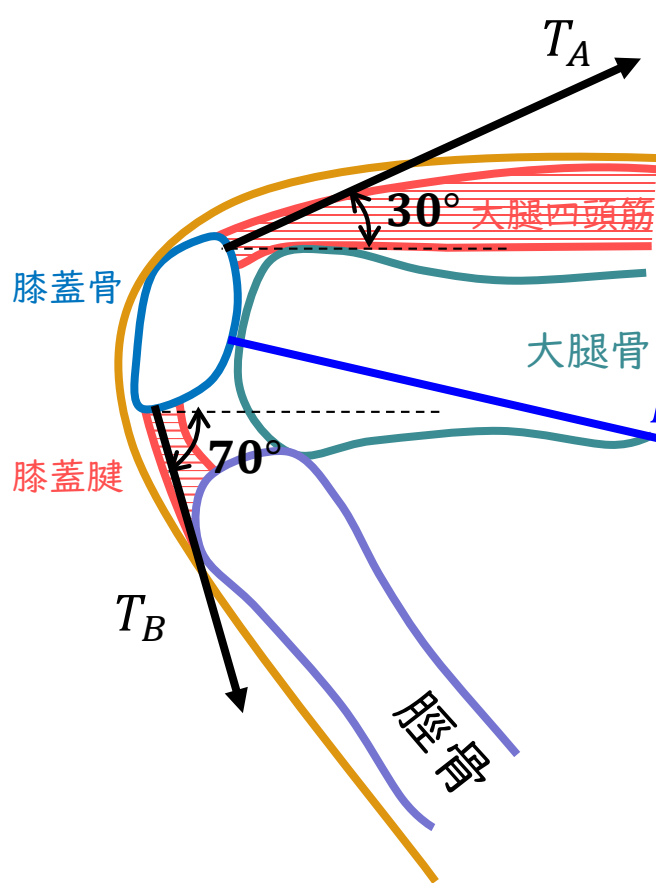
また、摩擦力が最大摩擦力となったときなので

よって、



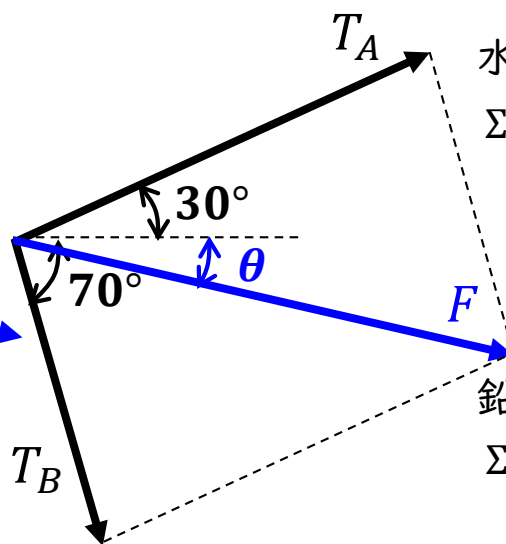
例題3 [生物学における力のつり合い]

大腿四頭筋の収縮力は、腱を介して膝蓋骨によって方向を変え、脛骨に伝わる。大腿四頭筋が脛骨に及ぼす力 T は、下図のような配置のときに300Nであった。膝蓋骨が大腿骨に及ぼす力 F の大きさと向きを求めよ。



左図で $T_A = T_B = T$ である。

力のみを取り出すと T_A と T_B の合力が膝蓋骨から大腿骨に働いている力 F であることがわかる。



$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= T_A \cos 30^\circ + T_B \cos(-70^\circ) \\ &= 300[\text{N}] \times (\cos 30^\circ + \cos(-70^\circ)) \\ &= 362.4 [\text{N}]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= T_A \sin 30^\circ + T_B \sin(-70^\circ) \\ &= 300[\text{N}] \times (\sin 30^\circ + \sin(-70^\circ)) \\ &= -131.9 [\text{N}]\end{aligned}$$

$$\therefore F = \sqrt{(362.4)^2 + (-131.9)^2} = \underline{385.7 [\text{N}]}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} \frac{-131.9}{362.4} = -20^\circ$$

右下20°方向