基礎物理学

（第11回）運動量と力積（1）

【今日の内容】

- 運動量と力積
- 撃力

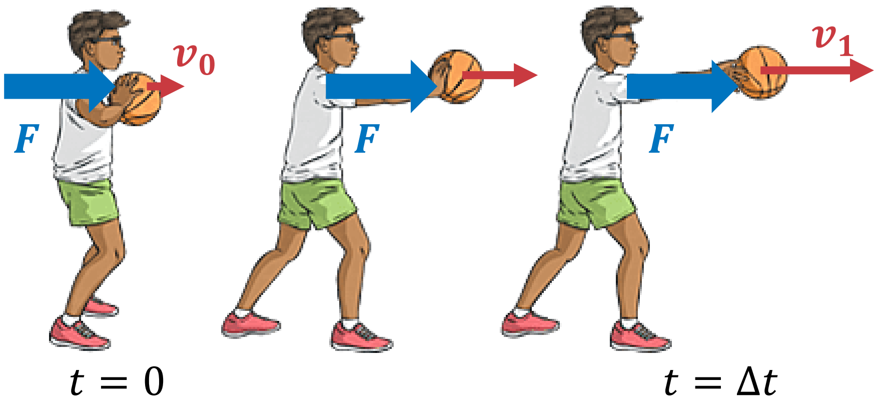
担当教員:西沢望（S-305）: nishizawa.nozomi@kitasato-u.ac.jp

運動量と力積

速度変化(運動の変化) → 力の大きさ

→ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

力 $\boldsymbol{F}$[N] と それが作用した時間 Δt[s] の積　⇒　(Impulse)



ボールに Δt 秒間、一定の力 $\boldsymbol{F}$ を作用させ続けて速度が $\boldsymbol{v}_0$[m/s] から $\boldsymbol{v}_1$[m/s] に変化したとする

このときの加速度は　$\boldsymbol{a} =$

よって、運動方程式 $m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$ は、

$m \qquad = \boldsymbol{F}$

この式から $\boxed{\qquad\qquad}$

物体の質量 m とその速度 $\boldsymbol{v}$ との積 $m\boldsymbol{v}$ を　(momentum) と定義すると、

「**物体の運動量の変化は、その物体に与えられた力積に等しい**」

ということができる。(　　　　)

運動量と力積

次元を考えてみよう!

力 $\boldsymbol{F}$[N] の次元は [ ]
時間Δt[s]の次元は [ ]
であるから　力積の次元は　[ ]

同じ次元（単位）

質量 m[kg] の次元は [ ]
速度 v[m/s]の次元は [ ]
であるから　運動量の次元は [ ]

もう少し一般化　　運動量は $\boldsymbol{p}$ とあらわすことが多い　$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$

運動量の時間的変化は

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt} = m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \underbrace{m\frac{d^2\boldsymbol{x}}{dt^2} = \boldsymbol{F}}$$

運動方程式になっている

$$\therefore \quad \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}$$

力がはたらく時刻 t_A から t_B までで積分すると

$$\int_{t_A}^{t_B} \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} dt = \int_{t_A}^{t_B} \boldsymbol{F}(t)\, dt$$

$$\boldsymbol{p}(t_B) - \boldsymbol{p}(t_A) =$$

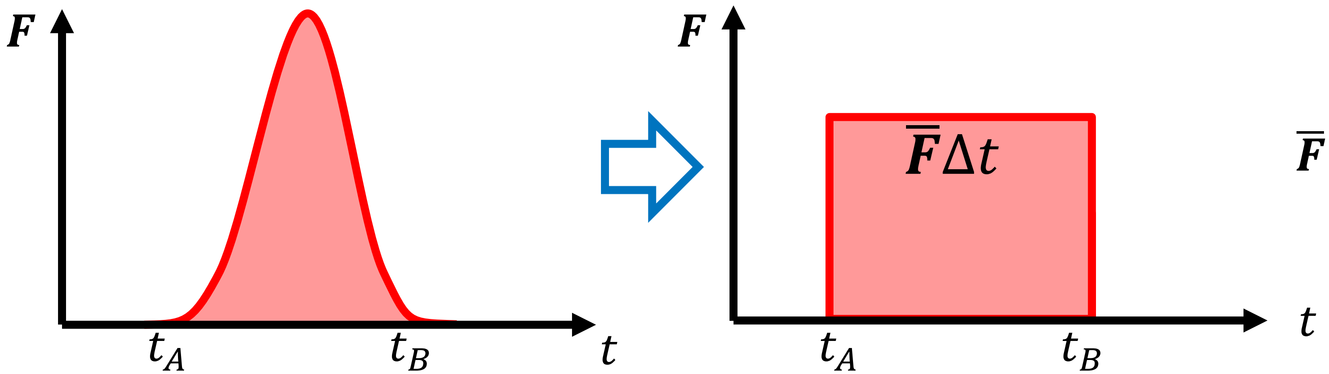
撃力

バットがボールに及ぼす力は瞬間的にはたらき、
その時々刻々の大きさの変化はわからない。

その全体として効果のある力積は

$$\boldsymbol{p}(t_B) - \boldsymbol{p}(t_A) = \int_{t_A}^{t_B} \boldsymbol{F}(t)\,dt$$

この式から、運動量の変化として知ることができる。



$$\overline{\boldsymbol{F}} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_A}^{t_B} \boldsymbol{F}(t)\,dt$$

力の時間変化が詳しくわからなくても
運動量の変化だけわかればよい

このような継続時間がきわめて短いのにゼロでない
効果を及ぼす力を　　　（**Impulsive force**）という。

［閑話］
ボールを打つ、投げるのときには
フォロースルーを大きく取るように教わる
のは何故か？

ボールに与える運動量変化、
すなわち力積を大きくするため

例題1［運動量と力積（一次元）］

1. なめらかな床の上に静止している質量 3.0 kg の物体に、水平方向に 3.5 N の力を 6.0 s 間はたらかせた。物体に与えられた力積はいくらか。また、6.0 s 後の物体の運動量と速度を求めよ。

力が一定の状態で力積は

$$\boldsymbol{F}\cdot\Delta t$$

であるから

$$\boldsymbol{F}\cdot\Delta t = 3.5[\mathrm{N}]\times 6.0[\mathrm{s}] = 21.0\ [\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}]$$

また、0 s と 6.0 s 時の物体の運動量をそれぞれ $p_0,\ p_1$ 、速度をそれぞれ $v_0,\ v_1$ とすると

$$\boldsymbol{F}\cdot\Delta t = \boldsymbol{p}_1 - \boldsymbol{p}_0 = m\boldsymbol{v}_1 - m\boldsymbol{v}_0$$

より

$$21.0\ [\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}] = \boldsymbol{p}_1 - 0 = 3.0\times(\boldsymbol{v}_1 - 0)$$

$$\boldsymbol{p}_1 = \underline{21.0\ [\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m/s}]}$$

$$\boldsymbol{v}_1 = \underline{7.0\ [\mathrm{m/s}]}$$

演習1［運動量と力積(一次元)］

カーリングで最初に静止している質量 20.0 kg のストーンに、4.0 秒間力を加えてリリースしたところ、ストーンは 3[m/s] で滑り出した。選手がストーンに与えた平均の力はいくらか

例題2［撃力］

質量 150 g の野球のボールを投手が投げた。寸前の球速が 126 km/s であった球を打者が来た方向に162 km/s で打ち返した。ボールが受けた力積の大きさは何 N · s か。また、ボールとバットの接触時間が 0.010 [s] であるとすると、ボールに加えられた平均の力は何 N か

［単位換算］ $V_0 = 126\ [\mathrm{km/h}] = 35.0[\mathrm{m/s}]$
$V_1 = 162\ [\mathrm{km/h}] = 45.0[\mathrm{m/s}]$
$m = 150\ [\mathrm{g}] = 0.15[\mathrm{kg}]$

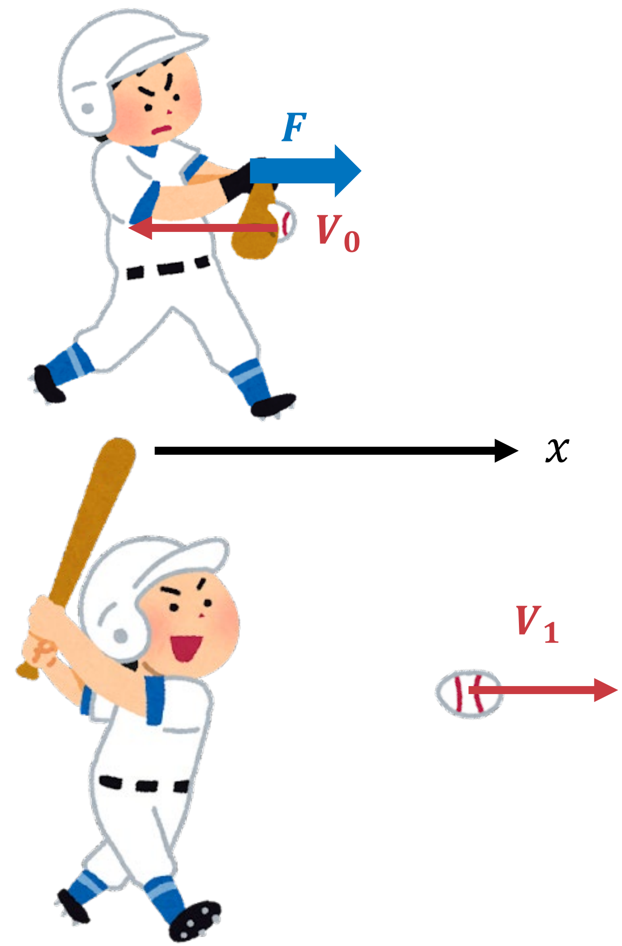
$$\overline{\boldsymbol{F}} \cdot \Delta t = m\boldsymbol{V}_1 - m\boldsymbol{V}_0$$

$$= 0.15 \times 45.0 - 0.15 \times (-35.0)$$

$$= 0.15 \times (45.0 + 35.0)$$

$$= \underline{12\ [\mathrm{N \cdot s}]}$$

$$\overline{\boldsymbol{F}} = \frac{m\boldsymbol{V}_1 - m\boldsymbol{V}_0}{\Delta t} = \frac{12}{0.010} = \underline{1.2 \times 10^3\ [\mathrm{N}]}$$



演習2［撃力］

質量 150 g の野球のボールを佐々木朗希投手が球速 162 km/s で投げた。

キャッチャーが、0. 010 [s] の間に止めてしまうためには、どれほどの力が必要か。

［単位換算］ $V_0 = 162\ [\mathrm{km/h}] = 45.0[\mathrm{m/s}]$
$V_1 = 0\ [\mathrm{km/h}] = 0[\mathrm{m/s}]$
$m = 150\ [\mathrm{g}] = 0.15[\mathrm{kg}]$

$$\overline{\boldsymbol{F}} \cdot \Delta t = m\boldsymbol{V}_1 - m\boldsymbol{V}_0$$

$$= 0.15 \times 45.0 - 0.15 \times 0$$

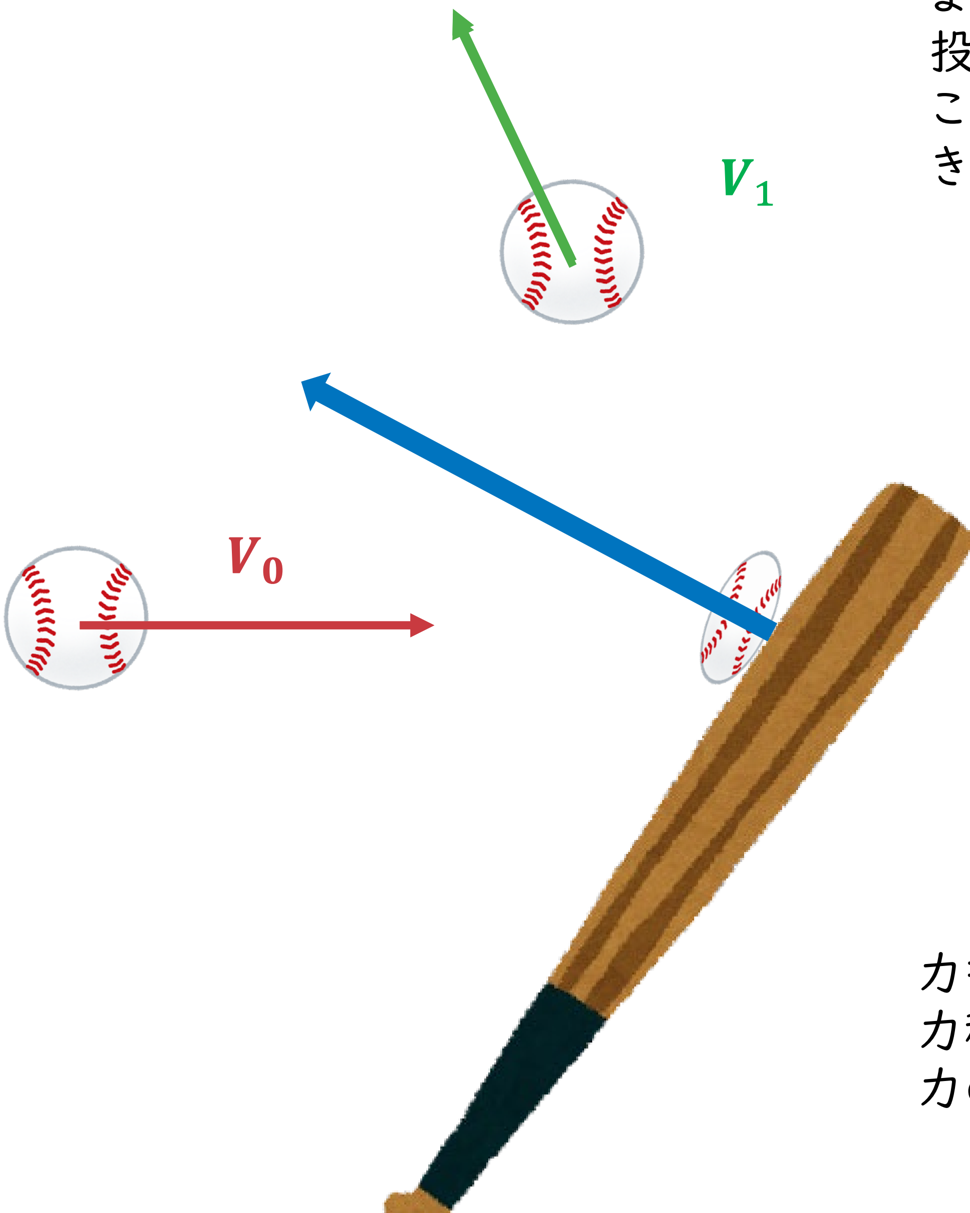
$$= 0.15 \times 45.0$$

$$= \underline{6.75\ [\mathrm{N \cdot s}]}$$

$$\overline{\boldsymbol{F}} = \frac{m\boldsymbol{V}_1 - m\boldsymbol{V}_0}{\Delta t} = \frac{6.75}{0.010}$$

$$= 675 = \underline{6.8 \times 10^2\ [\mathrm{N}]}$$

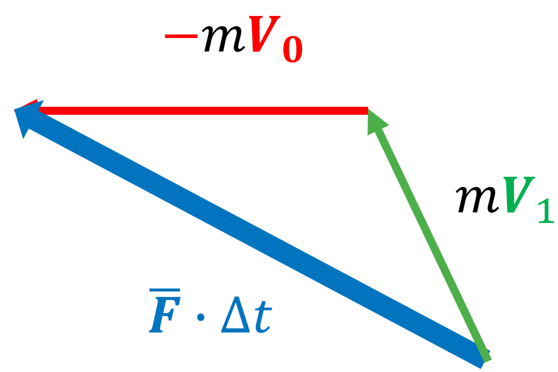
ベクトルでの考え方



まっすぐに打ち返すのではなく
投げられた方向と異なる方向に打ち返した場合、
このとき、バットがボールに与える力の方向と大きさはどうなるだろうか。

$$\overline{\boldsymbol{F}} \cdot \Delta t = m\boldsymbol{V}_1 - m\boldsymbol{V}_0$$

$$= m\boldsymbol{V}_1 + (-m\boldsymbol{V}_0)$$



力も速さもベクトルで考える。
力積の式に従って作図することで
力のかかった方向と大きさを考えることができる

例題3 ［運動量と力積（2次元）］

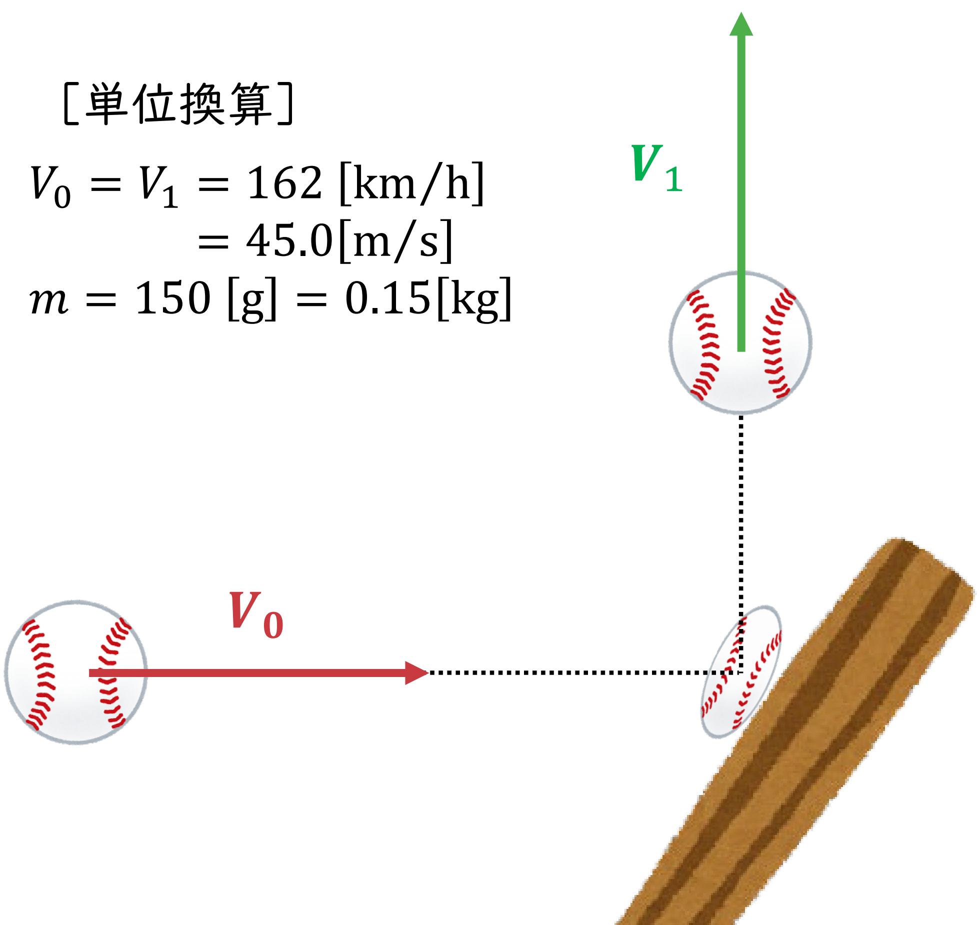
3.　質量 150 g の野球のボールを佐々木朗希投手が球速 162 km/s で投げた。

このボールを打ったところ、真上に同じ速度で上がった。

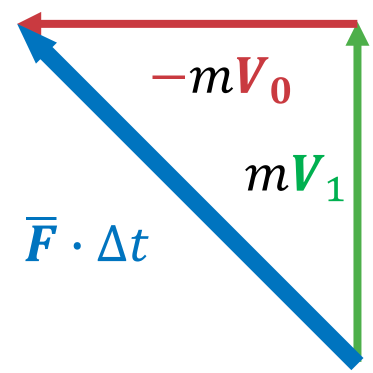
ボールとバットの接触時間が 0.010 [s] であるとすると、ボールに加えられた力の方向とは大きさを求めよ。

［単位換算］

$$V_0 = V_1 = 162\ [\mathrm{km/h}]$$
$$= 45.0[\mathrm{m/s}]$$
$$m = 150\ [\mathrm{g}] = 0.15[\mathrm{kg}]$$



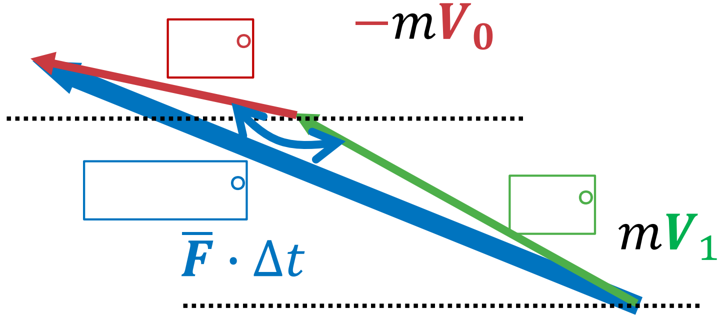
$$\overline{\boldsymbol{F}} \cdot \Delta t = m\boldsymbol{V}_1 - m\boldsymbol{V}_0$$
$$= m\boldsymbol{V}_1 + (-m\boldsymbol{V}_0)$$



$$|\overline{\boldsymbol{F}}| = \left|\frac{m\boldsymbol{V}_1 - m\boldsymbol{V}_0}{\Delta t}\right| = \frac{\sqrt{2}m\boldsymbol{V}_1}{\Delta t}$$
$$= \frac{\sqrt{2} \times 0.15 \times 45}{0.010} = \underline{9.5 \times 10^2\ [\mathrm{N}]}$$

演習３ ［運動量と力積（2次元）］

今年3月のWBCで大谷選手がオーストラリア戦で打った看板直撃ホームランは、
打球速度 173 km/h で推定飛距離 140 m であった。
これまでの講義・演習で打球角度が 29° であることがわかっている。
投手が投げた球（カーブ）は 120 km/h で20°の角度で落ちる球であったとすると
大谷がバットを通してボールに加えた力の角度と
大きさを求めよ。接触時間が 0.010 [s] であるとする。



余弦定理
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$